

Définition.

- On note \mathbb{N} l'ensemble des _____ (c'est-à-dire l'ensemble des nombres entiers positifs) : 0, 1, 2, etc.
- On note \mathbb{Z} l'ensemble des _____ (c'est-à-dire l'ensemble des nombres entiers positifs ou négatifs) : 0, 1, 2, etc., et -1, -2, -3, etc.

1 Multiples et Diviseurs

Définition. Soient a, b deux nombres entiers relatifs. Les affirmations suivantes sont synonymes (elles signifient la même chose) :

- (a) Il existe un nombre entier relatif k tel que $a = b \times k$.
- (b) Il existe un nombre entier relatif k tel que $a \div b = k$.
- (c) a est un _____ de b
- (d) a est _____ par b
- (e) b est un _____ de a
- (f) b _____ a .

Définition.

- Un nombre _____ est un nombre entier divisible par 2.
- Un nombre _____ est un nombre entier qui n'est pas divisible par 2.

Propriété.

- Un nombre est pair si et seulement s'il peut s'écrire sous la forme _____ (où n est un entier).
- Un nombre est impair si et seulement s'il peut s'écrire sous la forme _____ (où n est un entier).

Exemple 1.

1. Le nombre 42 est
2. Le nombre 1729 est
3. Pour tout nombre entier k , le nombre $4k - 8$ est

Propriété.

1. Soient a un nombre entier, et n et m deux nombres multiples de a . Alors la somme $n + m$ est aussi un multiple de a .
2. Le carré d'un nombre impair est impair.

2 Nombres premiers

Définition. Un _____ est un nombre (entier naturel) qui a deux diviseurs : _____.

Définition. Le *PGCD* (plus grand commun diviseur) de deux nombres entiers a et b est _____.

Exemple 2. Calculer le PGCD de 24 et 36, en utilisant la décomposition en produit de facteurs premiers.

Propriété. L'algorithme d'Euclide permet de déterminer le PGCD de deux nombres. Le PGCD est le dernier reste non nul.

Tant que $b \neq 0$

Faire

$reste \leftarrow$ Reste de la division euclidienne
de a par b

$a \leftarrow b$

$b \leftarrow reste$

FinPour

Exemple 3. Déterminer le PGCD de 270 et 432, en utilisant l'algorithme d'Euclide.

Définition. Deux nombres sont _____ si leur PGCD est 1.

Méthode. Pour rendre une fraction $\frac{a}{b}$ irréductible, calculer le PGCD k de a et b .

- si $k = 1$, la fraction est déjà irréductible ;
- si $k \neq 1$, alors $\frac{a}{b} = \frac{a \div k}{b \div k}$, et cette dernière fraction est irréductible.

Exemple 4. Simplifier les fractions : $A = \frac{35}{14}$; $B = \frac{1729}{42}$; $C = \frac{323}{70}$.

Propriété.

1. Le nombre rationnel $\frac{1}{3}$ n'est pas un nombre décimal.
2. Le nombre réel $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel.