Exercice 10. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 21. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 26.

1.
$$\begin{array}{r} L_1 \\ L_2 \end{array} \quad \begin{cases} -3x+4y=5 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} L_1+L_2 \\ L_2 \end{array} \quad \begin{cases} \hfill 6y=12 \\ 3x+2y=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hfill y=2 \\ 3x+2\times 2=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hfill y=2 \\ 3x+4=7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \hfill y=2 \\ 3x=3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y=2 \\ x=1 \end{cases}$$

Donc les droites définies par les équations $-3x+4y=5$ et $3x+2y=7$ ont un unique point d'intersection, de coordonnées $(1;2)$.

2.
$$\begin{array}{r} L_1 \\ L_2 \end{array} \quad \begin{cases} -x+5y=7 \\ 5x+10y=0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} L_1' = 2 \times L_1 \\ L_2' = L_2 \end{array} \quad \begin{cases} -2x + 10y = 14 \\ 5x + 10y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} L_1'' = L_2' - L_1' \\ L_2'' = L_2' \end{array} \quad \begin{cases} (5 - (-2))x = 0 - 14 \\ 5x + 10y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 7x = -14 \\ 5x + 10y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ 5 \times (-2) + 10y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ -10 + 10y = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ 10y = 10 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = -2 \\ y = 1 \end{cases}$$

Donc les droites définies par les équations $-x + 5y = 7$ et $5x+10y = 0$ ont un unique point d'intersection, de coordonnées $(-2; 1)$.

3.

$$\begin{array}{r} L_1 \\ L_2 \end{array} \quad \begin{cases} 5x + 7y = -6 \\ -3x - 2y = 8 \end{cases}$$

$$\begin{array}{r} L_1' = 3L_1 \\ L_2' = 5L_2 \end{array} \quad \begin{cases} 15x + 21y = -18 \\ -15x - 10y = 40 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} L_1'' = L_1' + L_2' \\ L_2'' = L_2' \end{array} \quad \begin{cases} 11y = 22 \\ -15x - 10y = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ -15x - 10 \times 2 = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ -15x - 20 = 40 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ -15x = 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = \dfrac{60}{-15} \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = -4 \end{cases}$$

Donc les droites définies par les équations $5x + 7y = -6$ et $-3x - 2y = 8$ ont un unique point d'intersection, de coordonnées $(-4; 2)$.

Exercice 27.

1.
$$\begin{cases} -x + 2y = -1 \\ 3x - 5y = 7 \end{cases}$$

On isole le x dans la première équation.

$$\begin{cases} -x = -1 - 2y \\ 3x - 5y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 2y \\ 3x - 5y = 7 \end{cases}$$

Puis on remplace x par $1 + 2y$ dans la seconde équation.

$$\begin{cases} x = 1 + 2y \\ 3(1 + 2y) - 5y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 2y \\ 3 + 6y - 5y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 2y \\ 3 + y = 7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 2y \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 + 2 \times 4 \\ y = 4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 9 \\ y = 4 \end{cases}$$

Donc les droites définies par les équations $-x + 2y = -1$ et $3x - 5y = 7$ ont un unique point d'intersection, de coordonnées $(9; 4)$.

2.

$$\begin{cases} 7x - 0,5y = 3 \\ -4x + 2y = 12 \end{cases}$$

On isole le y dans la première équation.

$$\begin{cases} -0,5y = 3 - 7x \\ -4x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = \dfrac{3}{-0,5} - \dfrac{7x}{-0,5} \\ -4x + 2y = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6 + 14x \\ -4x + 2y = 12 \end{cases}$$

On remplace y par $-6 + 14x$ dans la seconde équation.

$$\begin{cases} y = -6 + 14x \\ -4x + 2(-6 + 14x) = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6 + 14x \\ -4x - 12 + 28x = 12 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6 + 14x \\ 24x = 24 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = -6 + 14x \\ x = 1 \end{cases}$$

On remplace x par 1 dans la première équation.

$$\begin{cases} y = -6 + 14 \times 1 \\ x = 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 8 \\ x = 1 \end{cases}$$

Donc les droites définies par les équations $7x - 0,5y = 3$ et $-4x + 2y = 12$ ont un unique point d'intersection, de coordonnées $(1;8)$.

3.
$$\begin{cases} 1,5x + 4y = -1 \\ \dfrac{1}{3}x - 2y = -6 \end{cases}$$

On isole le x dans la seconde équation.

$$\begin{cases} 1,5x + 4y = -1 \\ \dfrac{1}{3}x = -6 + 2y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1,5x + 4y = -1 \\ x = 3 \times (-6 + 2y) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1,5x + 4y = -1 \\ x = -18 + 6y \end{cases}$$

On remplace x par $-18 + 6y$ dans la première équation.

$$\begin{cases} 1,5 \times (-18 + 6y) + 4y = -1 \\ x = -18 + 6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} -27 + 9y + 4y = -1 \\ x = -18 + 6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} 13y = 26 \\ \quad x = -18 + 6y \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = -18 + 6y \end{cases}$$

On remplace y par 2 dans la deuxième équation.

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = -18 + 6 \times 2 \end{cases}$$

$$\begin{cases} y = 2 \\ x = -6 \end{cases}$$

Donc les droites définies par les équations $1,5x + 4y = -1$ et $\frac{1}{3}x - 2y = -6$ ont un unique point d'intersection, de coordonnées $(-6; 2)$.

Exercice 94. On appelle x la quantité d'O_2 relâchée en une nuit par un ficus, et y la quantité relâchée par un caoutchouc.

— Puisqu'une plantation de 80 ficus et 50 caoutchouc relâchent $75\,\mathrm{m}^3$ d'O_2 en une nuit, alors $80x + 50y = 75$.

— Puisqu'une plantation de 30 ficus et 60 caoutchouc relâchent $57\,\mathrm{m}^3$ d'O_2 en une nuit, alors $30x + 60y = 57$.

Pour trouver la production de chaque plante individuellement, il faut donc résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 80x + 50y = 75 \\ 30x + 60y = 57 \end{cases}$$

Résolvons ce système par combinaisons linéaires.

$$\begin{array}{l} L_1 \\ L_2 \end{array} \quad \begin{cases} 80x + 50y = 75 \\ 30x + 60y = 57 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} L'_1 = 3L_1 \\ L'_2 = 8L_2 \end{array} \quad \begin{cases} 240x + 150y = 225 \\ 240x + 480y = 456 \end{cases}$$

$$\begin{array}{l} L''_1 = L'_1 \\ L''_2 = L'_2 - L'1 \end{array} \quad \begin{cases} 240x + 150y = 225 \\ \phantom{240x + {}} 330y = 231 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 240x + 150y = 225 \\ y = 0,7 \end{cases}$$

Remplaçons maintenant y par $0,7$ dans la première équation.

$$\begin{cases} 240x + 150 \times 0,7 = 225 \\ y = 0,7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 240x + 105 = 225 \\ y = 0,7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 240x = 120 \\ y = 0,7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \dfrac{120}{240} \\ y = 0,7 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 0,5 \\ y = 0,7 \end{cases}$$

Donc un ficus produit $0{,}5\,\mathrm{m}^3$ d'O_2 par nuit, tandis qu'un caoutchouc produit $0{,}7\,\mathrm{m}^3$ d'O_2 par nuit.