

# Chapitre 11

## Fonctions de référence

### 1 Développement et Factorisation

**Méthode 1** (Double distributivité). TODO

**Méthode 2** (Factorisation). TODO

**Propriété 3** (Identités remarquables). TODO

**Méthode 4** (Équation produit nul). TODO

**Propriété 5** (Signe d'un produit). Soient  $A$  et  $B$  deux réels. Alors  $A \times B$  est positif si et seulement si  $A$  et  $B$  sont de même signe, et négatif si et seulement si ils sont de signes différents.

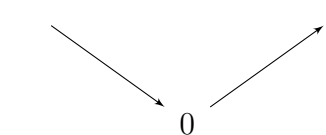
En particulier,  $(ax + b)(cx + d) \geq 0$  si et seulement si  $ax + b$  et  $cx + d$  sont de même signe.

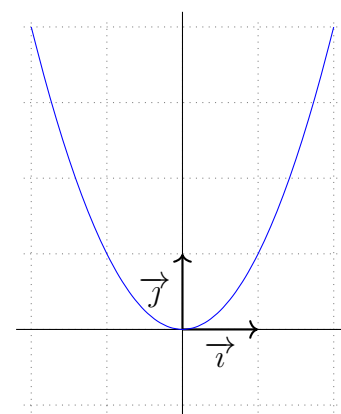
**Exemple 6.** Résolution de  $(x + 7)(2x - 4) \leq 0$ .

### 2 Fonction carré

**Définition 7** (Fonction carré). La fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2$  est appelée *fonction carré*.

**Propriété 8** (Variations). Le tableau de variations de la fonction carré est :

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$x^2$			



#### 2.1 Équations et inéquations

**Propriété 9.** TODO Résolution de  $x^2 = a$

**Propriété 10.** TODO Résolution de  $x^2 < a$   
TODO Résolution de  $x^2 > a$

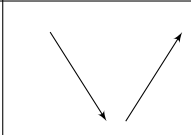
### 3 Trinôme

**Définition 11** (Fonction trinôme). Toute fonction  $f$  pouvant s'écrire sous la forme  $f(x) = ax^2 + bx + c$  (avec  $a \neq 0$ ) est appelée fonction trinôme (ou fonction polynôme du second degré).

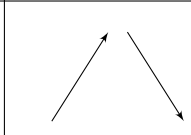
Dans la suite du chapitre,  $f$  est un trinôme défini par  $f(x) = ax^2 + bx + c$ .

**Propriété 12** (Variations d'un trinôme). Les variations d'un trinôme sont les suivantes.

- Si  $a > 0$  :

$x$	$-\infty$ $-\frac{b}{2a}$ $+\infty$
$ax^2 + bx + c$	

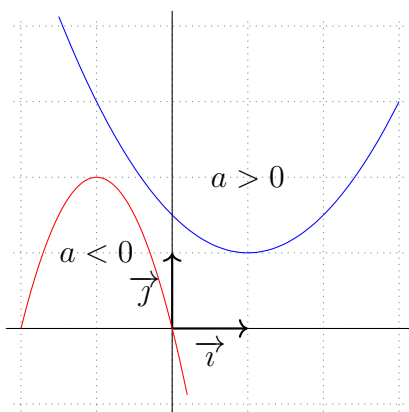
- Si  $a < 0$

$x$	$-\infty$ $-\frac{b}{2a}$ $+\infty$
$ax^2 + bx + c$	

#### 3.1 Représentation graphique

**Propriété 13** (Symétrie). La courbe représentative d'un trinôme admet pour axe de symétrie la droite d'équation  $x = -\frac{b}{2a}$ .

**Propriété 14** (Représentation graphique). La courbe représentative d'un trinôme est une parabole.



**Définition 15.** On appelle *sommet* le point qui correspond à l'extremum de la fonction. Il est situé sur l'axe de symétrie de la parabole, donc son abscisse est  $-\frac{b}{2a}$ .

#### 3.2 Forme canonique

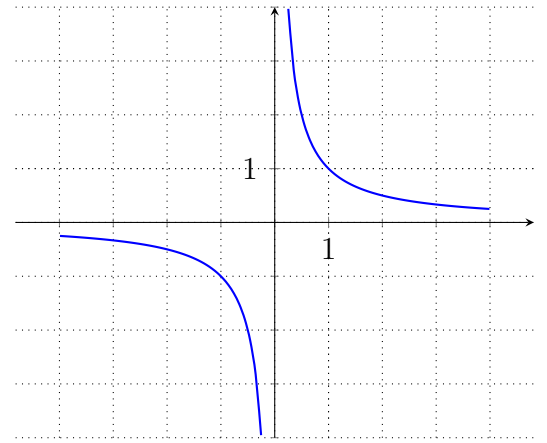
**Propriété 16.** Tout trinôme peut être mis sous la forme  $f(x) = a(x - \beta)^2 + \gamma$ , où  $\beta = -\frac{b}{2a}$ . Cette forme s'appelle *forme canonique*.

### 4 Fonction inverse

**Définition 17.** La fonction définie sur  $\mathbb{R}^*$  par  $f(x) = \frac{1}{x}$  est appelée *fonction inverse*.

**Propriété 18** (Variations). Le tableau de variations de la fonction inverse est :

$x$	$-\infty$	$0$	$+\infty$
$\frac{1}{x}$	↘		↘



**Propriété 19.** Soient  $a$  et  $b$  deux réels non nuls.

- Si  $a$  et  $b$  sont négatifs, et  $a \leq b$ , alors  $0 > \frac{1}{a} \geq \frac{1}{b}$ .
- Si  $a$  et  $b$  sont positifs, et  $a \leq b$ , alors  $\frac{1}{a} \geq \frac{1}{b} > 0$ .

**Propriété 20** (Équation). TODO  $\frac{1}{x} = a$

**Propriété 21** (Inéquation). TODO  $\frac{1}{x} < a$   
 TODO  $\frac{1}{x} > a$

## 5 Fonctions homographiques

**Définition 22.** Étant donné des réels  $a, b, c, d$ , où  $c \neq 0$ , on appelle *fonction homographique* la fonction définie sur son ensemble de définition par  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$ .

**Propriété 23.** Une fonction homographique  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  est définie sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ -\frac{d}{c} \right\}$

**Méthode 24.** Pour déterminer le signe d'une fonction homographique, on détermine le signe du numérateur et du dénominateur, puis on fait un tableau de signe.

**Exemple 25.** Déterminons le signe de la fonction définie sur  $\mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{1}{2} \right\}$  par  $f(x) = \frac{-5x-3}{2x-1}$ .

$x$	$-\infty$	$-\frac{3}{5}$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$-5x - 3$	+	0	-	-
$2x - 1$	-	-	0	+
$\frac{-5x-3}{2x-1}$	-	0	+	-

Donc  $f$  est positive sur  $\left[ -\frac{3}{5}; \frac{1}{2} \right[$ , et négative sur  $\left] -\infty; -\frac{3}{5} \right] \cup \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$

## 6 Équation et inéquation quotient

TODO pas dans la progression commune ?

**Propriété 26.** Soit une fonction homographique  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0$ ). La fonction  $f$  est nulle si et seulement si  $ax + b = 0$  et  $cx + d \neq 0$ .

**Propriété 27.** Soit une fonction homographique  $f(x) = \frac{ax+b}{cx+d}$  ( $c \neq 0$ ). La fonction  $f$  est positive si et seulement si  $ax + b$  et  $cx + d$  sont de mêmes signes, et  $cx + d \neq 0$ .