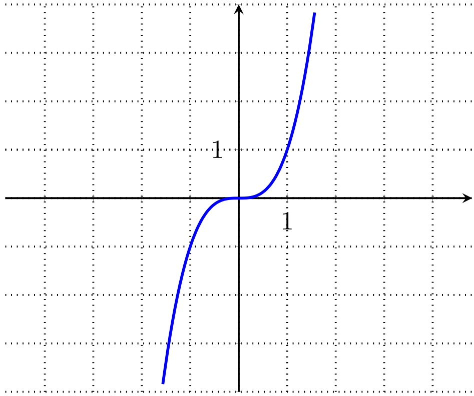
Définition (Fonction cube)**.** La fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x^3$ est appelée

Propriété (Signe et Variations)**.**

x	$-\infty$ $\quad$ 0 $\quad$ $+\infty$
x^3	

x	$-\infty$ $\quad$ $+\infty$
$x \mapsto x^3$	



Exemple 1. Comparer, sans les calculer, les nombre suivants.

(a) $1,023^3$ et $1,043^3$ (b) $\left(\frac{34}{19}\right)^3$ et $\left(\frac{63}{19}\right)^3$ (c) $(-0,3)^3$ et $(-0,03)^3$

Définition et Propriété. Pour tout nombre a, l'équation $x^3 = a$ admet exactement une solution, notée $\sqrt[3]{a}$, appelée ________________ de a, et vérifiant :

$$\left(\sqrt[3]{a}\right)^3 = \sqrt[3]{a^3} = a$$

Remarque (Hors programme)**.** On peut aussi noter la racine cubique : $\sqrt[3]{a} = a^{1/3}$.

Exemple 2. Résoudre :

(a) $x^3 = -8$ (b) $x^3 = 125$ (c) $x^3 = -23$

Méthode. Pour résoudre les inéquations de type $x^3 < a$ et $x^3 > a$, on utilise le fait que la racine cubique est strictement croissante.

Exemple 3. Résoudre les équations et inéquations suivantes.

(a) $x^3 < 1000$ (b) $x^3 \geqslant 0$ (c) $x^3 \leqslant 42$

Exemple 4. Résoudre les équations et inéquations suivantes.

(a) $(x+5)^3 = 8$ (b) $2(5x-4)^3 \leqslant 54$