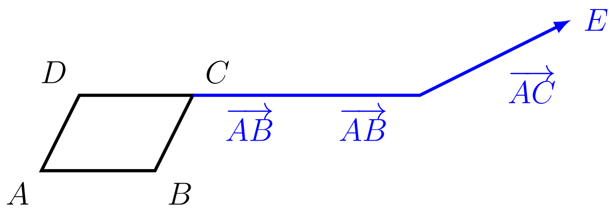
Exercice 1. *Soit $ABCD$ un parallélogramme, et E un point tel que $\overrightarrow{CE} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}$.*

1. *Faire une figure.*



2. *Montrer que $\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{AB}$.*
3. *En déduire que les droites (CE) et (AB) sont parallèles.*

Exercice 2. *Dans le plan muni d'un repère, on considère trois points $A(0;2)$, $B(-1;3)$ et $C\,(2;2)$, ainsi qu'un quatrième point D tel que $\overrightarrow{BD} = 2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.*

1. *Montrer que les coordonnées de D sont* $\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$. Calculons séparément les coordonnées de $\overrightarrow{BD}$ et $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.

   — D'une part :

$$\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}x_B - x_A\\ y_B - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1-0\\ 3-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1\\ 1\end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{AC}\begin{pmatrix}x_C - x_A\\ y_C - y_A\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2-0\\ 2-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\\ 0\end{pmatrix}$$

   Donc :

$$\left(2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}\right)\begin{pmatrix}2x_{\overrightarrow{AB}} + x_{\overrightarrow{AC}}\\ 2y_{\overrightarrow{AB}} + y_{\overrightarrow{AC}}\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}2\times(-1)+2\\ 2\times 1+0\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}0\\ 2\end{pmatrix}$$

   — D'autre part, appelons $\overrightarrow{D}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$ les coordonnées de D. Alors :

$$\overrightarrow{BD}\begin{pmatrix}x_D - x_B\\ y_D - y_B\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x-(-1)\\ y-3\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}x+1\\ y-3\end{pmatrix}$$

Et puisque les vecteurs $\overrightarrow{BD}$ et $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ sont égaux, alors leus coordonnées sont égales :

$$\begin{aligned} x+1 &= 0 \\ x &= -1 \end{aligned} \qquad\qquad \begin{aligned} y-3 &= 2 \\ y &= 2+3 \\ y &= 5 \end{aligned}$$

Donc les coordonnées de D sont $D\begin{pmatrix}-1\\5\end{pmatrix}$.

2. *Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?*

   Nous avons déjà calculé les coordonnées de $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix}-1\\1\end{pmatrix}$. Calculons celles de $\overrightarrow{CD}$.

$$\overrightarrow{CD} = \begin{pmatrix}x_D - x_C\\ y_D - y_C\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-1-2\\ 5-2\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-3\\3\end{pmatrix}$$

   Calculons le déterminant de ces deux vecteurs.

$$\text{dét}\left(\overrightarrow{AB};\overrightarrow{CD}\right) = -1\times 3 - (-3)\times 1 = 0$$

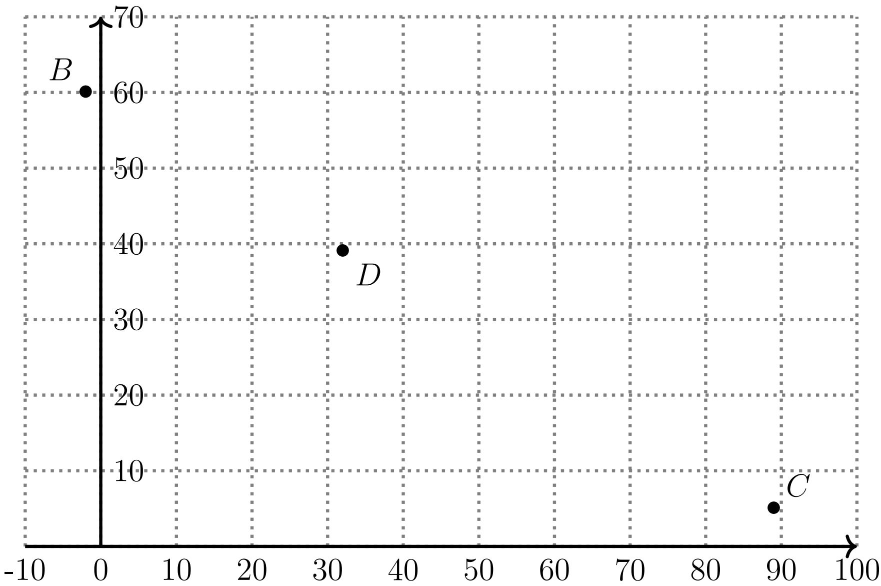
   Le déterminant de $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ est nul (égal à zéro), donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont colinéaires, et les droites (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 3. *Corrigé en classe.*

Exercice 4. *Sera corrigé en classe.*

Exercice 5. *Dans le plan muni d'un repère, on donne $B\begin{pmatrix}-2\\60\end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix}87\\5\end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix}32\\39\end{pmatrix}$.*

1. Lecture graphique : *Placez les trois points B, C, D dans un repère, puis dire s'ils sont alignés.*



Par lecture graphique, on peut affirmer que les points sont alignés.

2. *Par le calcul*

   (a) *Calculer les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$.*

$$\overrightarrow{BC}\begin{pmatrix} x_C - x_B \\ y_C - y_B \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 87-(-2) \\ 5-60 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 89 \\ -55 \end{pmatrix}$$
$$\overrightarrow{CD}\begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 32-87 \\ 39-5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -55 \\ 34 \end{pmatrix}$$

   (b) *Les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$ sont-ils colinéaires ?* Calculons le déterminant des deux vecteurs.

$$\begin{aligned} \text{dét}\left(\overrightarrow{BC};\overrightarrow{CD}\right) &= 89\times 34-(-55)\times(-55) \\ &= 1 \end{aligned}$$

Donc leur déterminant n'est pas nul (pas égal à zéro), et les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

(c) *Les points B, C et D sont-ils alignés ?* Puisques les vecteurs $\overrightarrow{BC}$ et $\overrightarrow{CD}$ ne sont pas colinéaires, les trois points B, C, D ne sont pas alignés.

Nous avons répondu par lecture graphique qu'ils étaient alignés car ils sont tellement près d'être alignés, que nous avons fait une erreur par lecture graphique. Mais ils ne sont en réalité pas alignés, comme le montre le calcul.