

Exemple

Soient $A\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$, $B\begin{pmatrix} 0 \\ -3 \end{pmatrix}$, $C\begin{pmatrix} 7 \\ 12 \end{pmatrix}$ et $D\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \end{pmatrix}$ quatre points du plan. Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Commençons par calculer les coordonnées des vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} :

$$\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 - 1 \\ -3 - 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -1 \\ -5 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{CD} \begin{pmatrix} x_D - x_C \\ y_D - y_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 - 7 \\ -2 - 12 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 \\ -14 \end{pmatrix}$$

Vérifions si ces deux vecteurs sont colinéaires :

$$\det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{CD}) = -1 \times (-14) - (-3) \times (-5) = 14 - 15 = -1$$

Le déterminant de \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} n'est pas égal à 0, donc les deux vecteurs \overrightarrow{AB} et \overrightarrow{CD} ne sont pas colinéaires, et les droites (AB) et (CD) ne sont pas parallèles.