Travail en autonomie — Déterminant

Définition pour comprendre les corrigés du manuel (pas la peine de la recopier dans lecours) : On appelle *déterminant* de deux vecteurs $\overrightarrow{u}\binom{x}{y}$ et $\overrightarrow{v}\binom{x'}{y'}$ dans une base orthonormé le nombre :

$$\det(\overrightarrow{u};\overrightarrow{v}) = xy' - x'y$$

Les exercices sont ceux du chapitre 7 du manuel.

1. Lire et comprendre l'exercice (et le corrigé) : « Application et méthode » de la page 200.
2. Exercices 14 et 15 (corrigés dans le manuel).
3. Exercices 27 et (optionnel) 37 (corrigés sur cette fiche).
4. Exercice 62 (corrigé dans le manuel).
5. Exercice 63 (corrigé sur cette fiche).

Corrigés

Exercice 27.

1. $\overrightarrow{u}\binom{12}{-18}$ et $\overrightarrow{v}\binom{28}{-42}$. Vérifions le critère de colinéarité : $12 \times (-42) - 28 \times (-18) = 0$ donc les deux vecteurs sont colinéaires.
2. $\overrightarrow{u}\binom{-18}{47}$ et $\overrightarrow{v}\binom{25}{-96}$. Vérifions le critère de colinéarité : $-18\times(-96)-25\times47 = 553 \neq 0$ donc les deux vecteurs ne sont pas colinéaires.

Exercice 37.

1. $\overrightarrow{u}\binom{2}{-3}$ et $\overrightarrow{v}\binom{-6}{9}$. Vérifions le critère de colinéarité : $2 \times 9 - (-6) \times (-3) = 0$ donc les deux vecteurs sont colinéaires.
2. $\overrightarrow{u}\binom{-9}{6}$ et $\overrightarrow{v}\binom{-6}{4}$. Vérifions le critère de colinéarité : $-9 \times 4 - (-6) \times 6 = 0$ donc les deux vecteurs sont colinéaires.

Exercice 63.

1. $\overrightarrow{u}\binom{5}{-8}$ et $\overrightarrow{v}\binom{a}{25}$. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement si le critère

de colinéarité est vérifié, c'est-à-dire si :

$$\begin{aligned} 5 \times 25 - a \times (-8) &= 0 \\ 125 + 8a &= 0 \\ 8a &= -125 \\ a &= -\frac{125}{8} \end{aligned}$$

2. $\overrightarrow{u}\binom{\frac{3}{5}}{-\frac{7}{12}}$ et $\overrightarrow{v}\binom{-\frac{2}{7}}{a}$. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement si le critère de colinéarité est vérifié, c'est-à-dire si :

$$\begin{aligned} \frac{3}{5} \times a - \frac{-2}{7} \times \frac{-7}{12} &= 0 \\ \frac{3a}{5} - \frac{2}{12} &= 0 \\ \frac{3a}{5} &= \frac{2}{12} \\ 12 \times 3a &= 2 \times 5 \\ 36a &= 10 \\ a &= \frac{10}{36} = \frac{5}{18} \end{aligned}$$

3. $\overrightarrow{u}\binom{\frac{3}{4}}{\frac{1}{6}}$ et $\overrightarrow{v}\binom{a}{-\frac{2}{3}}$. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement si le critère

de colinéarité est vérifié, c'est-à-dire si :

$$\begin{aligned}
\frac{3}{4} \times \frac{-2}{3} - a \times \frac{1}{6} &= 0 \\
-\frac{1}{2} - \frac{a}{6} &= 0 \\
-\frac{1}{2} &= \frac{a}{6} \\
-1 \times 6 &= a \times 2 \\
-3 &= a
\end{aligned}$$

4. $\overrightarrow{u}\binom{7}{3}$ et $\overrightarrow{v}\binom{2a+5}{-3a+2}$. Les vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont colinéaires si et seulement si le critère de colinéarité est vérifié, c'est-à-dire si :

$$\begin{aligned}
7 \times (-3a + 2) - (2a + 5) \times 3 &= 0 \\
-21a + 14 - 6a - 15 &= 0 \\
-27a - 1 &= 0 \\
-27a &= 1 \\
a &= -\frac{1}{27}
\end{aligned}$$