1 Variations

Activité. Lire la partie *a. Idée intuitive* de la page 64 du manuel.

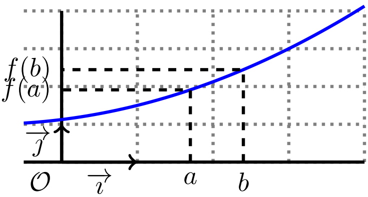
Définition. Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, et f une fonction définie sur I.

— f est dite *croissante* sur I si pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, alors $f(a) \leqslant f(b)$.

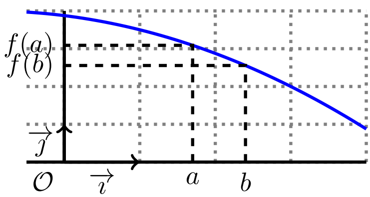
— f est dite *strictement croissante* sur I si pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, alors $f(a) < f(b)$.

— f est dite *décroissante* sur I si pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, alors $f(a) \geqslant f(b)$.

— f est dite *strictement décroissante* sur I si pour tous réels a et b de I tels que $a < b$, alors $f(a) > f(b)$.



Fonction croissante : a est plus petit que b, et l'image de a est plus petite que l'image de b.



Fonction décroissante : a est plus petit que b, et l'image de a est plus grande que l'image de b.

Remarque. Graphiquement, la courbe représentative d'une fonction croissante « monte », tandis que celle d'une fonction décroissante « descend ».

Exemple. Montrons que la fonction $f : x \mapsto 3x - 1$ est croissante, et que la fonction $g : x \mapsto -2x + 1$ est décroissante.

Fonction f : Soients a et b deux nombres, tels que $a < b$. Alors :

$$\begin{array}{rcll}
a & < & b & \\
3a & < & 3b & \text{car on a multiplié par un nombre positif.} \\
3a - 1 & < & 3b - 1 & \\
f(a) & < & f(b) & \text{car } f(a) = 3a - 1 \text{ et } f(b) = 3b - 1
\end{array}$$

Nous avons montré que si $a < b$, alors $f(a) < f(b)$: la fonction f est donc strictement croissante.

Fonction g : Soients a et b deux nombres, tels que $a < b$. Alors :

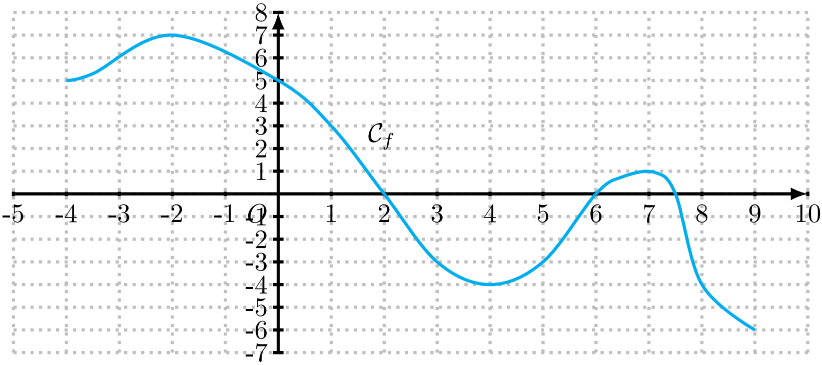
$$\begin{array}{rcll}
a & < & b & \\
-2a & > & -2b & \text{car on a multiplié par un nombre négatif.} \\
-2a + 1 & > & -2b + 1 & \\
g(a) & > & g(b) & \text{car } g(a) = -2a + 1 \text{ et } g(b) = -2b + 1
\end{array}$$

Nous avons montré que si $a < b$, alors $g(a) > g(b)$: la fonction g est donc strictement décroissante.

Activité. Lire la partie *c. Tableau de variation : exemple* de la page 64 du manuel.

Définition (Tableau de variations)**.** Un tableau de variations résume les informations connues à propos des variations d'une fonction.

Exemple. Dresser le tableau de variations de la fonction représentée ci-dessous.



x	-4		-2		4		7		9
f	5	↗	7	↘	-4	↗	1	↘	-6

2 Extremums

Activité. Lire la partie *a. Idée intuitive* de la page 66 du manuel.

Définition (Extremums)**.** Soit I un intervalle de $\mathbb{R}$, f une fonction définie sur I, et a un élément de I.

— Si pour tout $x \in I$, $f(x) \leqslant f(a)$, on dit que $f(a)$ est le *maximum* de f sur I, atteint en a.

— Si pour tout $x \in I$, $f(x) \geqslant f(a)$, on dit que $f(a)$ est le *minimum* de f sur I, atteint en a.

— On appelle *extremum* un minimum ou un maximum.

Définition (Extremum local, global)**.**

— Le maximum $f(a)$ de f est dit *global* s'il est maximum de f sur tout son ensemble de définition, et *local* sinon.

— De même pour le minimum.

Exemple. Sur l'exemple précédent, la fonction f présente :

- des maximums 7 et 1, atteints respectivements en -2 et 7 ;
- des minimums 5, -4 et -6, atteints respectivements en -4, 4 et 9.

Parmi ceux-ci, 7 est un maximum global (les autres sont locaux), et -6 est un minimum global (les autres sont locaux).