Corrigé des exercices

Exercice 27. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 28.

a) On a : $-7,3 < -3,7 < -1$. La fonction f est croissante sur l'intervalle $]-\infty; 0]$, donc la fonction f conserve l'ordre : $f(-7,3) < f(-3,7) < f(-1)$.

b) On a : $\frac{1}{5} < 5 < 5^2$. La fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0; +\infty[$, donc la fonction f inverse l'ordre : $f\left(5^2\right) < f(5) < f\left(\frac{1}{5}\right)$.

Exercice 29. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 30. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 31.

a)

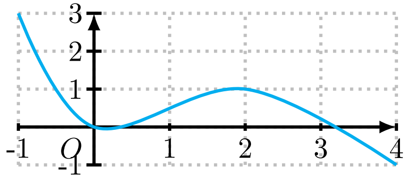
x	-2		3
f	-1	↗	4

b)

x	-5		-4		-2		0		2
f	5	↘	3	↗	4	↘	1	↗	2

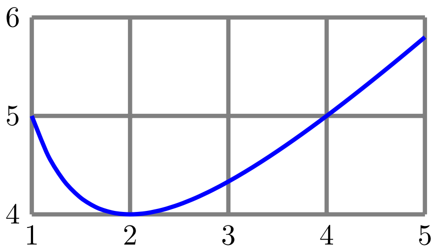
Exercice 32. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 33.



Exercice 38. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 39.

a) 

b) On conjecture le tableau suivant :

x	1	2	5
f	5 ↘	4	↗ 5,8

Exercice 41.

a) Vrai

b) Vrai

c) Faux. La fonction est décroissante sur $[2; 4]$, donc elle inverse les variations. Puisque $3 > 2$, alors $f(3) < f(2)$.

d) Vrai. La fonction est décroissante sur $[-3; 1]$, donc elle inverse les variations. Puisque $-3 < 0 < 1$, alors $f(-3) > f(0) > f(1)$, et $5 > f(0) > 0$.

e) Vrai. Le minimum de la fonction f sur $[-3; 2]$ est 0, donc pour tout x de cet intervalle, $f(x) \geqslant 0$.

Exercice 48. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 49.

a) Vrai.

b) Faux : c'est 0.

c) Faux : c'est 4.

d) Faux : c'est -2.

Exercice 52.

a) Le maximum de f sur $[-1; 3]$ est 4, il est atteint pour $x = 0$.

b) Le minimum de f sur $[-1; 3]$ est -6, il est atteint pour $x = 1$.

c) Le minimum est atteint pour $x = 1$, et le maximum pour $x = 0$, donc $f(1) \leqslant f(x) \leqslant f(0)$.

Exercice 53. Il faut repérer, sur chaque intervalle, quel est le minimum et le maximum.

a) $-2 \leqslant g(x) \leqslant 2$

b) $-2 \leqslant g(x) \leqslant 1$

c) $-1 \leqslant g(x) \leqslant 2$

d) $-2 \leqslant g(x) \leqslant 2$

Exercice 55. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 58.

1. a) x est la longueur BM, donc $0 \leqslant x \leqslant 4$.

   b) Le triangle EFM est rectangle en F (puisque la face $EFBA$ est un carré). On applique donc le théorème de Pythagore, et :

$$\begin{aligned} EM^2 &= EF^2 + FM^2 \\ EM^2 &= 4^2 + (4-x)^2 \\ EM^2 &= 16 + 16 - 8x + x^2 \\ EM^2 &= x^2 - 8x + 32 \\ EM &= \sqrt{x^2 - 8x + 32} \end{aligned}$$

   Avec un raisonnement similaire dans le triangle BMC, on trouve $MC = \sqrt{x^2 + 16}$.
   Donc $f(x) = \sqrt{x^2 - 8x + 32} + \sqrt{x^2 + 16}$.

2. On trace la courbe de f à la calculatrice, et on conjecture que le minimum de f est environ $8,9$, atteint pour $x = 2$.

   Géométriquement, si on déplit le patron du cube, les deux faces $EFBA$ et $BFGC$ forment un rectangle. La plus petite distance pour aller de E à C est alors la ligne droite. On applique alors le théorème de Pythagore dans le triangle AEC, rectangle en A, et on obtient $EC = \sqrt{80} \approx 8,9cm$.

Exercice 67.

1. a) La plus petite valeur que peut prendre x est 0 (si le point A est à l'extrémité gauche du diamètre ; la plus grande valeur est 6cm, si le point A est en O. Donc $x \in [0; 6]$.

   b) Le triangle ABO est rectangle en A, donc on applique le théorème de Pythagore : $OB^2 = AB^2 + OA^2$. Or $AB = x$ et $OB = 6$ (car $[OB]$ est un rayon), donc $OA^2 + x^2 = 36$.

   c) Puisque $OA^2 + x^2 = 36$, alors $OA = \sqrt{36 - x^2}$, et $AD = 2OA = 2\sqrt{36 - x^2}$.

   d) L'aire $S(x)$ du rectangle est $AB \times AD = x \times 2\sqrt{36 - x^2} = 2x\sqrt{36 - x^2}$.

2. À la calculatrice, on trouve que la plus grande valeur de S est à peu près 36, obtenu pour $x \approx 4,24$.