Exercice 1. Résoudre $\frac{2x-5}{-x+10} \leqslant 0$.

- $2x-5$ correspond à une fonction affine, de coefficient directeur 2 : elle est strictement croissante, donc d'abord négative, puis positive. Cherchons l'abscisse x où elle change de signe :

$$\begin{aligned} 2x-5 &= 0 \\ 2x &= 5 \\ x &= \frac{5}{2} \\ x &= 2,5 \end{aligned}$$

- $-x+10$ correspond à une fonction affine, de coefficient directeur -1 : elle est strictement décroissante, donc d'abord positive, puis négative. Cherchons l'abscisse x où elle change de signe :

$$\begin{aligned} -x+10 &= 0 \\ -x &= -10 \\ x &= 10 \end{aligned}$$

x	$-\infty$		$2,5$		10		$+\infty$
$2x-5$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+10$		$+$		$+$	0	$-$	
$\frac{2x-5}{-x+10}$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	

Puisque l'inéquation à résoudre est $\frac{2x-5}{-x+10} \leqslant 0$, nous cherchons dans la dernière ligne les signes $-$. Les solutions sont donc :

$$x \in \left]-\infty; 2,5\right] \cup \left]10; +\infty\right[$$

Exercice 2. Résoudre $\frac{-x(x+2)}{3-x} \geqslant 0$.
La méthode est la même que celle vue en cours, sauf qu'ici il y a trois termes : $-x$, $x+2$, et $3-x$.
Commençons par étudire le signe de chacun de ces trois termes.

- $-x$ correspond à une fonction affine (que l'on peut aussi écrire $-1 \times x + 0$), de coefficient directeur -1 : elle est strictement décroissante, donc d'abord positive, puis négative. Cherchons l'abscisse x où elle change de signe :

$$\begin{aligned} -x &= 0 \\ x &= -0 \\ x &= 0 \end{aligned}$$

  Remarquons qu'une autre manière de faire aurait été de résoudre l'inéquation $-x \geqslant 0$, ce qui nous aurait donné $x \leqslant 0$: $-x$ est donc positif si et seulement si x est négatif.

- $x+2$ correspond à une fonction affine, de coefficient directeur 1 : elle est strictement croissante, donc d'abord négative, puis positive. Cherchons l'abscisse x où elle change de signe :

$$\begin{aligned} x+2 &= 0 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

- $3-x$ correspond à une fonction affine (que l'on peut aussi écrire $-x+3 = -1 \times x + 3$), de coefficient directeur -1 : elle est strictement décroissante, donc d'abord positive, puis négative. Cherchons l'abscisse x où elle change de signe :

$$\begin{aligned} 3-x &= 0 \\ 3 &= x \end{aligned}$$

Nous pouvons maintenant tracer le tableau de signes.

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$-x$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$x+2$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$3-x$		$+$		$+$		$+$	0	$-$	
$\frac{-x(x+2)}{3-x}$		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|$	$+$	

Puisque nous voulons résudoudre $\frac{-x(x+2)}{3-x} \geqslant 0$, nous cherchons dans la dernière ligne les signes $+$, donc les solutions sont :

$$x \in [-2; 0] \cup]3; +\infty[$$