Chapitre 6

Fonctions affines

1 Définitions

Définition 1. Une *fonction affine* est une fonction de la forme $x \mapsto ax + b$, où a et b sont réels. Elle est définie sur $\mathbb{R}$.
Quand $b = 0$, la fonction est de la forme $x \mapsto ax$, et on dit alors que la fonction est *linéaire*.

Définition 2. Soit une fonction affine $f : x \mapsto ax + b$, et $\mathcal{D}$ sa courbe représentative.

— Le réel a est appelé *coefficient directeur*.

— Le réel b est appelé *ordonné à l'origine*.

Propriété 3 (Rappel)**.** Soient $f : x \mapsto ax+b$ une fonction affine, $\mathcal{D}$ sa courbe représentative, et $A(x_A, y_A)$ et $B(x_B, y_B)$ deux points de D. Alors $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.

Méthode 4 (Détermination de l'équation d'une fonction affine)**.** Soit f une fonction affine dont on connaît la représentation graphique $\mathcal{D}$. Pour calculer a, on choisit deux points arbitraires distincts A et B de $\mathcal{D}$, et on calcule $a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$.
Pour calculer b, TODO.

2 Variations

Propriété 5. Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine.

— si $a > 0$, la fonction est croissante sur $\mathbb{R}$;

— si $a = 0$, la fonction est constante sur $\mathbb{R}$;

— si $a < 0$, la fonction est décroissante sur $\mathbb{R}$.

Démonstration. TODO □

3 Signe d'une fonction affine

Propriété 6. Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine.

1. Si $a = 0$, la fonction est constante, et du signe de b.
2. Si $a > 0$, la fonction est négative sur $\left]-\infty; -\frac{b}{a}\right]$, et positive sur $\left[-\frac{b}{a}; +\infty\right[$.

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax + b$		$-$	0	$+$	

3. Si $a < 0$, la fonction est positive sur $\left]-\infty; -\frac{b}{a}\right]$, et négative sur $\left[-\frac{b}{a}; +\infty\right[$.

x	$-\infty$		$-\frac{b}{a}$		$+\infty$
$ax+b$		$+$	0	$-$	

4 Signe d'un produit ; Signe d'un quotient

TODO