

Équations et inéquations (calcul) — Exercices

Exercice 1. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto 4x + 1$.

1. Calculer $f(7)$.
2. Résoudre $f(x) = -2$.
3. Résoudre $f(x) \geq -3$.

Exercice 2. Dans un parc d'attractions, l'altitude d'une montagne russe est modélisée par la fonction définie sur $[0; 22]$ par $f : x \mapsto 0,2(x - 5)(x - 20)$, où x est la distance depuis le point de départ, et $f(x)$ est l'altitude (en mètres). Les altitudes négatives correspondent à des passages dans des tunnels.

1. Calculer $f(0)$. Quelle est l'altitude du point de départ de l'attraction ?

On admet que la montagne passe par un seul tunnel, dont les distances d'entrée et sortie sont les solutions de $f(x) = 0$.

2. Résoudre $f(x) = 0$. Quelle est la longueur du tunnel ?

Exercice 3. On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f : x \mapsto -2x - 2$.

1. Calculer $f(7)$.
2. Résoudre $f(x) = -3$.
3. Résoudre $f(x) \geq 5$.

Exercice 4. *Dans cet exercice, toutes les longueurs pourront être arrondies au dixième.*

Bastien veut découper un tube de plexiglas transparent pour s'en faire un vase. Le tube est un cylindre de révolution de rayon 5cm et de hauteur x à définir.

On admet que pour une hauteur x (donnée en centimètres), le volume du vase (en litres) est donné par la fonction $V : x \mapsto 0,025\pi x$.

1. Résoudre $V(x) = 2$. Quelle doit être la hauteur du vase pour que son volume soit égal à 2L ?
2. Résoudre $V(x) \geq 3L$. À quelles conditions sur x le vase aura-t-il un volume supérieur à 3L ?

Corrigé

Exercice 1.

1. $f(7) = 4 \times 7 + 1 = 29$
- 2.
- 3.

$$\begin{array}{ll} f(x) = -2 & f(x) \geq -3 \\ 4x + 1 = -2 & 4x + 1 \geq -3 \\ 4x = -2 - 1 & 4x \geq -4 \\ 4x = -3 & x \geq -1 \\ x = -\frac{3}{4} & \end{array}$$

L'unique solution est donc
 $x = -\frac{3}{4}$.

Les solutions sont donc
 $x \geq -1$ (ou encore $x \in [-1; +\infty[$).

Exercice 2. 1. $f(0) = 0, 2(0 - 5)(0 - 20) = 10$. Le départ de l'attraction est à 10m du sol.

2. L'équation $f(x) = 0$ est équivalente à $0, 2(x - 5)(x - 20) = 0$, elle même équivalente à $(x - 5)(x - 20) = 0$. C'est une équation produit, donc :

- soit $x - 5 = 0$, et $x = 5$;
- soit $x - 20 = 0$, et $x = 20$.

Les deux solutions sont donc $x = 5$ et $x = 20$.

La montagne russe entre donc dans le tunnel au bout de 5m, et en ressort au bout de 20m : la longueur du tunnel est $20 - 5 = 15$ mètres.

Exercice 3.

1. $f(7) = -2 \times 7 - 2 = -14 - 2 = -16$

2.

$$\begin{aligned}f(x) &= -3 \\-2x - 2 &= -3 \\-2x &= -1 \\x &= \frac{-1}{-2} \\x &= 0,5\end{aligned}$$

L'unique solution est donc
 $x = 0,5$.

3.

$$\begin{aligned}f(x) &\geq 5 \\-2x - 2 &\geq 5 \\-2x &\geq 7 \\x &\leq \frac{7}{-2} \\x &\leq -3,5\end{aligned}$$

Donc les solutions sont $x \leq$
 $-3,5$.

Exercice 4. 1.

$$\begin{aligned}V(x) &= 2 \\0,025\pi x &= 2 \\x &= \frac{2}{0,025\pi} \\x &\approx 25,5\end{aligned}$$

Le vase doit être haut d'environ 25,5cm pour que son volume soit égal à 2L.

2.

$$\begin{aligned}V(x) &\geq 3 \\0,025\pi x &\geq 3 \\x &\geq \frac{3}{0,025\pi}\end{aligned}$$

Pour avoir un volume d'au moins 3L, le vase doit avoir une hauteur d'au moins $\frac{3}{0,025\pi}$, soit environ 38,2cm environ.