3 Équations et inéquations (lecture graphique)

3.1 Une seule fonction

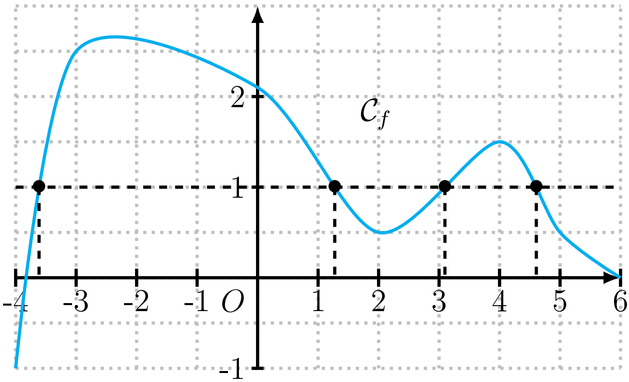

Figure 1 – Une fonction.

Méthode (Résolution graphique de $f(x) = k$)**.** Résoudre $f(x) = k$, c'est déterminer les antécédents de k par f.

Exemple (Résolution graphique de $f(x) = 1$)**.** Voir la figure 1 comme illustration.

1. On repère 1 sur l'axe des ordonnées.
2. On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses, d'ordonnée 1 (horizontale en pointillés sur la figure).
3. On repère les points d'intersection de la courbe de f et cette droite (marqués par des • sur la figure).
4. On lit les abscisses de ces points d'intersection (environ -3,5 ; 1,2 ; 3 ; 4,5) : ce sont les antécédents de 1 par f.

Les solutions de $f(x) = 1$ sont donc environ -3,5 ; 1,2 ; 3 ; 4,5.

Méthode (Résolution graphique de $f(x) \leqslant k$)**.** Résoudre $f(x) \leqslant k$, c'est déterminer les valeurs de x dont l'image par f est inférieure à k (et donc la courbe de f est en dessous de la droite d'équation $y = k$).

Pour les autres inéquations, c'est la même propriété, à ceci que :

- pour $f(x) < k$, on regarde les points de la courbe de f situés *strictement* en dessous de la droite ;
- pour $f(x) \geqslant k$, on regarde les points de la courbe de f situés *au dessus* de la droite ;
- pour $f(x) > k$, on regarde les points de la courbe de f situés *strictement au dessus* de la droite ;

Exemple (Résolution graphique de $f(x) \leqslant 1$)**.** Voir la figure 1 comme illustration.

1. On repère 1 sur l'axe des ordonnées.
2. On trace la droite parallèle à l'axe des abscisses, d'ordonnée 1 (horizontale en pointillés sur la figure).
3. On repère les points d'intersection de la courbe de f et cette droite (marqués par des $\bullet$ sur la figure), et on lit les abscisses de ces points d'intersection (environ -3,5 ; 1,2 ; 3 ; 4,5).
4. On repère les parties de la courbe de f qui sont en dessous de cette droite (ces parties sont alors délimitées par les points d'intersection de l'étape précédente).
5. On lit les abscisses des points de la courbe de f qui sont en dessous de la droite, sous forme d'intervalles, soit : $[-4; -3,5] \cup [1,2; 3] \cup [4,5; 6]$.

Les solutions de $f(x) \leqslant 1$ sont donc environ $[-4; -3,5] \cup [1,2; 3] \cup [4,5; 6]$.

3.2 Deux fonctions

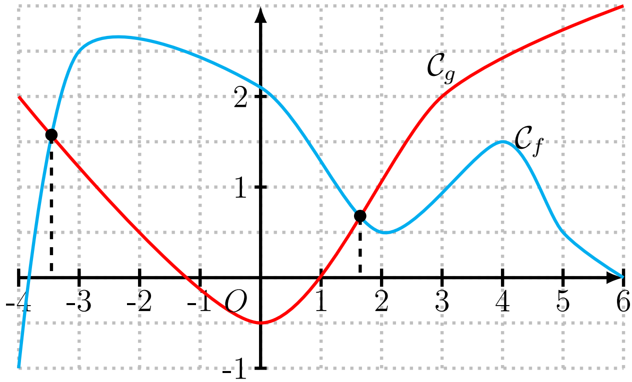

Figure 2 – Deux fonctions.

Méthode (Résolution graphique de $f(x) = k$)**.** Résoudre $f(x) = g(x)$, c'est déterminer les abscisses des points d'intersection de f et g.

Exemple (Résolution de $f(x) = g(x)$)**.** Voir la figure 2 comme illustration.

— On cherche les points d'intersection des courbes de f et g (marqués par des • sur la figure).

— On lit les abscisses de ces points d'intersection (ici environ -3,5 et 1,5).

Les solutions de $f(x) = g(x)$ sont environ $-3,5$ et $1,5$.

Méthode (Résolution graphique de $f(x) \leqslant g(x)$)**.** Résoudre $f(x) \leqslant g(x)$, c'est déterminer les valeurs de x dont l'image par f est inférieure à $g(x)$.

1. On cherche les points d'intersection des deux courbes, et on lit leurs abscisses.
2. On regarde entre quels points d'intersection la courbe de f est en dessous de celle de g, et on l'exprime sous forme d'intervalles, ici : $[-4; -3,5] \cup [1,5; 6]$.

Les solutions de $f(x) \leqslant g(x)$ sont donc environ $x \in [-4; -3,5] \cup [1,5; 6]$.