Chapitre : Généralités sur les fonctions
CORRIGÉ DES EXERCICES

Exercice 19.

a) $f(20) = 2 \times 20 = 40$; $f\left(\frac{5}{4}\right) = 2 \times \frac{5}{4} = 2,5$.

b) On résout $f(x) = 0,18$:

$$\begin{aligned} f(x) &= 0,18 \\ 2x &= 0,18 \\ x &= 0,18 \div 2 \\ x &= 0,09 \end{aligned}$$

Donc l'antécédent de 0,18 est 0,09.

Exercice 24.

1. L'image de -3 par f est 3. L'image de $\sqrt{2}$ par f est $-\sqrt{2}$.
2. L'antécédent de 0,6 par f est aussi son opposé, c'est-à-dire $-0,6$.
3. Un nombre x est égal à son image par f si, et seulement si, $x = f(x)$. Comme $f(x) = -x$, on résout donc l'équation $x = -x$. Or $x = -x$ équivaut à $2x = 0$. La seule solution de cette équation est 0 donc le seul nombre égal à son image par f est 0.

Exercice 27. *Corrigé dans le manuel.*

Exercice 29.

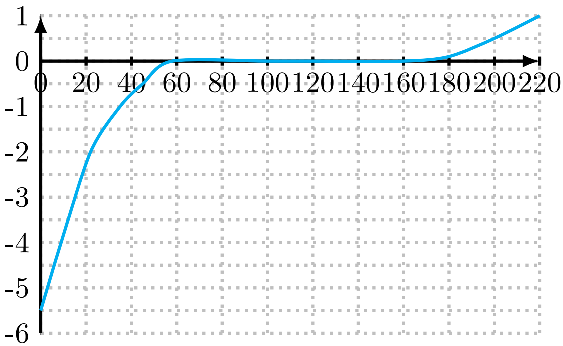
a) L'ensemble de définition de f est $[-1; 3]$; celui de g est $[-2; 3]$.

b) Graphiquement, on lit que $g(1) \approx 1,5$ et $f(1) \approx 2,5$. Donc $g(1) < f(1)$, et l'affirmation est fausse.

Exercice 30.

1. $f(2) = -1$
2. $f(4) = -2$
3. Les antécédents de 2 par f sont -4, -2 et 1.
4. Question b : « Quelle est l'image de 4 par f ?» Question c : « Déterminer les nombres dont l'image par f est 2 ».

Exercice 31.

1. 

2. Dans le tableau de valeur, on lit que $f(45) = -0.5$ et $f(200) = 0,5$. Puisque la température ne fait qu'augmenter, c'est entre 45 et 200 secondes qu'elle est comprise dans l'intervalle, soit pendant $200 - 45 = 155$ secondes, soit 2 minutes et 35 secondes.

   Remarque : On aurait aussi pû répondre à cela par lecture graphique.

Exercice 34.

a) t désigne le temps de course (en heures), et son image $g(t)$ la distance parcourue (en kilomètres).

b) L'image de 4 est 140. La course a duré 4 heures, sur 140km.

c) $g(0) = 0$ et $g(1) = 50$, donc le cycliste a parcouru 50km en une heure, soit une vitesse moyenne de 50km/h.

d) Les antécédents de 50 et 80 sont 1 et $2 + 1/3$, donc la montée a duré $1 + 1/3$ d'heure, soit 1 heure 20 minutes.

Exercice 35.

a) On lit sur le graphique que l'image de 0,8 est 500, donc les 100 arbres de 0,8m de circonférence ont une masse séche de $100 \times 500 = 50\,000$ kg. De même, l'image de 1,8m est 3000, donc les 60 arbres de cette circonférence ont une masse sèche de $60 \times 3000 = 180\,000$ kg.

   La masse sèche totale est donc $50\,000 + 180\,000 = 230\,000$ kg.

b) Sur le graphique, on lit qu'un arbre de 1,2 m de circonférenc pèse 1000 kg et qu'un arbre de 2 m pèse 4500 kg, soit $1000+4500 = 5500$ kg pour les deux arbres. Un arbre de 1,6m pèse 2000 kg, donc deux arbres de 1,6 m pèsent 4000 kg, soit moins qu'un arbre de 1,2 m et un de 2 m.

Exercice 40. *Corrigé dans le manuer.*

Exercice 48. On prend cinq abscisses quelconques, par exemple 0, 1, 2, 10, 27.

— $f(0) = 0 \times (2 \times 0 + 5) = 0$ donc $A(0;0)$ est sur la courbe.
— $f(1) = 1 \times (2 \times 1 + 5) = 7$, donc $B(1;7)$ est sur la courbe.
— $f(2) = 2 \times (2 \times 2 + 5) = 18$ donc $B(2;18)$ est sur la courbe.
— et ainsi de suite...

Exercice 50.

a) O, A, D sont sur la courbe. B, C, E sont peut-être sur la courbe (ou pas loin).

b) $f(0) = \sqrt{0} = 0$, donc $O(0;0)$ est sur la courbe. De même, $f(4) = \sqrt{4} = 2$ donc $D(4;2)$ est sur la courbe. De même pour A et E.
En revanche, $f(2) = \sqrt{2} \approx 1,414 \neq 1,4$ donc B n'est pas sur la courbe (tout comme C).

Exercice 59.

1. $x \in \left[-1; \frac{1}{2}\right]$
2. $x \in]-2;1[$
3. $x \in [-4;-3] \cup \{2\}$

Exercice 60.

1. $x \in [-3;-2] \cup [1;3]$
2. $x \in [-3;-2[\cup]1;3]$
3. $x \in [-2;1]$

Exercice 61.

1. L'axe des abscisses représente l'année. L'axe des ordonnées représente le salaire, en euros.
2. Les fonctions sont définies de 2010 à 2040 (on peut aussi écrire $[2010;2040]$).
3. — $f(t) = 2500$: On lit graphiquement $t = 2025$: Fabien touchera 2500 euros en 2025.
   — $g(t) = 3000$: On lit graphiquement $t = 2029$: Guillaume touchera 3000 euros en 2029.
   — Il y a deux solutions $t = 2011$ et $t = 2032$: Fabien et Guillaume toucheront le même salaire en 2011 et 2032.

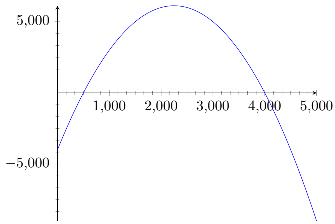
Exercice 68.

a) Une poupée est vendue $R(1) = 11 \times 1 = 11$, soit 11€.

b)

$$\begin{aligned} B(x) =& R(x) - C(x) \\ =& 11x - (0,002x^2 + 2x + 4000) \\ =& 11x - 0,002x^2 - 2x - 4000 \\ =& -0,002x^2 + 9x - 4000 \end{aligned}$$

c) On obtient le graphique suivant.



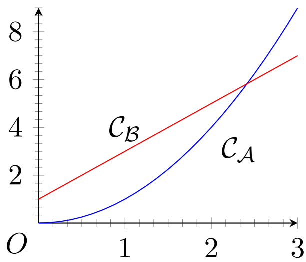
d) Graphiquement, on lit environ de 500 à 4000 (suivant la précision lue).

e) Avec la table de valeurs, on obtient l'intervalle $[500; 4000]$.

Exercice 75.

a) L'aire du polygone $BCDGFE$ est égale à l'aire du carré $AGFE$ moins l'aire du carré $ABCD$, soit $\mathcal{B}(x) = (x+1)^2 - x^2 = x^2 + 2x + 1 - x^2 = 2x + 1$.

b) L'expression de $\mathcal{B}$ a été calculée à la questino précédente. Celle de $\mathcal{A}$ est $\mathcal{A}(x) = x^2$ (car c'est l'aire du carré $ABCD$, de côté x). On obtient le graphique suivant :



c) *Ignorer cette question (sauf si vous avez Géogébra à disposition.*

d) On observe graphiquement que $\mathcal{A}(x) \geqslant \mathcal{B}(x)$ sur pour $x \in [2,2; +\infty[$ environ (où 2,2 est l'abscisse du point d'intersection des deux courbes). Le logiciel Géogébra nous donne deux solutions à $\mathcal{A}(x) = \mathcal{B}(x)$: $-\sqrt{2}+1 \approx -0,4$ et $\sqrt{2}+1 \approx 2,1$. Donc la valeur exacte de la solution approchée est $\sqrt{2}+1$: les solutions sont $x \in [\sqrt{2}+1; +\infty[$.