

# Milieu d'un segment — Cours

## Objectifs

**Savoir** Connaître la relation entre les coordonnées des extrémités d'un segment et de son milieu.

**Savoir faire** Utiliser cette formule.

## Cours

Compléter la propriété suivante, en vous servant du cours du chapitre 10 du manuel.

**Propriété 1** (Milieu d'un segment). Soient  $A(x_A; y_A)$  et  $B(x_B; y_B)$  deux points dans le plan muni d'un repère, et  $I(x_I; y_I)$  le milieu du segment  $[AB]$ . Alors :

$$\begin{cases} x_I = \\ y_I = \end{cases}$$

En d'autres termes : *Les coordonnées du milieu d'un segment sont les moyennes des coordonnées de ses extrémités.*

**Exemple 1** (Application directe).

**Énoncé** Dans un repère, on considère deux points  $A(2; 7)$  et  $B(-4; 2)$ . Déterminer les coordonnées du milieu  $I$  de  $[AB]$ .

**Corrigé 1** En appliquant la propriété, on obtient :

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-4)}{2} = \frac{-2}{2} = -1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{7 + 2}{2} = \frac{9}{2} = 4,5 \end{cases}$$

Les coordonnées de  $I$  sont donc  $I(-1; 4, 5)$ .

**Corrigé 2** En appliquant la propriété, on obtient :

$$I\left(\frac{x_A+x_B}{2}\right) = \left(\frac{2+(-4)}{2}\right) = \left(\frac{-2}{2}\right) = (-1)$$
$$I\left(\frac{y_A+y_B}{2}\right) = \left(\frac{7+2}{2}\right) = \left(\frac{9}{2}\right) = (4, 5)$$

Les coordonnées de  $I$  sont donc  $I(-1; 4, 5)$ .

**Exemple 2** (Application réciproque).

**Énoncé** Dans le plan muni d'un repère quelconque, on considère le point  $I$ , milieu du segment  $[AB]$ . On connaît les coordonnées  $I(2, 3; -9)$  et  $B(5; -2)$ . Quelles sont les coordonnées de  $A$ ?

**Corrigé**

Considérons d'abord les abscisses. Puisque  $x_I = \frac{x_A+x_B}{2}$ , alors  $2, 3 = \frac{x_A+5}{2}$ . C'est une équation du premier degré :

$$2 \times 2, 3 = x_A + 5$$

$$4, 6 = x_A + 5$$

$$4, 6 - 5 = x_A$$

$$-0, 4 = x_A$$

De même pour les ordonnées :  $y_I = \frac{y_A+y_B}{2}$ , donc  $-9 = \frac{y_A-2}{2}$ , et :

$$2 \times (-9) = y_A - 2$$

$$-18 = y_A - 2$$

$$-18 + 2 = y_A$$

$$-16 = y_A$$

Les coordonnées de  $A$  sont donc  $A\left(\begin{smallmatrix} -0,4 \\ -16 \end{smallmatrix}\right)$ .