Milieu d'un segment — Corrigés

Exercice 1. Calculons les coordonnées du milieu I de $[AB]$, en utilisant les formules $x_I = \frac{x_A+x_B}{2}$ et $y_I = \frac{y_A+y_B}{2}$. Nous trouvons $I\,(3;1)$.
Or les coordonnées de C sont $C\,(3;1)$, donc C est le milieu de $[AB]$, et A est le symétrique de B par rapport à C.

Exercice 2. Un quadrilatère est un parallélogramme si ses diagonales se coupent en leur milieu. Calculons les coordonnées des milieux I de $[AC]$ et J de $[BD]$, en utilisant la formule des coordonnées du milieu.
Nous trouvons $I\,(2;0,75)$ et $J\,(2;0,75)$. Donc $I = J$, c'est-à-dire que les diagonales du quadrilatère se coupent en leur milieu : le quadrilatère est un parallélogramme.

Exercice 3. Calculons les coordonnées du milieu I de $[FH]$, en utilisant les formules $x_I = \frac{x_F+x_H}{2}$ et $y_I = \frac{y_F+y_H}{2}$. Nous trouvons $I\,(-2;12,85)$.
Or les coordonnées de G sont $G\,(-2;12,8)$, donc $G \neq I$ n'est pas le milieu de $[FH]$, et H pas le symétrique de F par rapport à G.

Exercice 4. Les diagonales de ce quadrilatère sont $[OM]$ et $[NP]$. Calculons les coordonnées de leurs milieux I et J en utilisant les formules des coordonnées du milieu. Nous trouvons $I\,(2,75;-8,5)$ et $J\,(2,75;-8,5)$.
Donc $I = J$, c'est-à-dire que les coordonnées du quadrilatère se coupent en leur milieu : c'est un parallélogramme.

Exercice 5. On appelle $N(x_N ; y_N)$ les coordonnées de N. Puisque M est le symétrique de N par rapport à P, alors P est le milieu de $[MN]$, et donc :

$$\begin{aligned} x_P &= \frac{x_N + x_M}{2} \\ 0 &= \frac{x_N + (-7)}{2} \\ 2 \times 0 &= x_N + (-7) \\ 0 &= x_N - 7 \\ 7 &= x_N \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_P &= \frac{y_N + y_M}{2} \\ 6 &= \frac{y_N + 8,2}{2} \\ 2 \times 6 &= y_N + 8,2 \\ 12 &= y_N + 8,2 \\ 12 - 8,2 &= y_N \\ 3,8 &= y_N \end{aligned}$$

Les coordonnées de N sont donc $N(7 ; 3,8)$.

Exercice 6. Puisque $ABCD$ est un parallélogramme, alors ses diagonales se coupent en leur milieu. À l'aide des formules $x_I = \frac{x_A + x_C}{2}$ et $y_I = \frac{y_A + y_C}{2}$, nous obtenons que les coordonnées du milieu I de la diagonale $[AC]$ est $(3,8 ; 0,5)$. Or I est aussi le mileu de l'autre diagonale $[BD]$, donc :

$$\begin{aligned} x_I &= \frac{x_B + x_D}{2} \\ 3,8 &= \frac{-1 + x_D}{2} \\ 2 \times 3,8 &= -1 + x_D \\ 7,6 &= -1 + x_D \\ 7,6 + 1 &= x_D \\ 8,6 &= x_D \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_I &= \frac{y_B + y_D}{2} \\ 0,5 &= \frac{1,2 + y_D}{2} \\ 2 \times 0,5 &= 1,2 + y_D \\ 1 &= 1,2 + y_D \\ 1 - 1,2 &= y_D \\ -0,2 &= y_D \end{aligned}$$

Les coordonnées de D sont donc $D(8,6 ; -0,2)$.

Exercice 7. On appelle $P(x_P; y_P)$ les coordonnées de P. Puisque Q est le symétrique de P par rapport à R, alors R est le milieu de $[QP]$, et donc :

$$\begin{aligned} x_R &= \frac{x_P + x_Q}{2} \\ 0,2 &= \frac{x_P + 0}{2} \\ 2 \times 0,2 &= x_P + 0 \\ 0,4 &= x_P \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_R &= \frac{y_P + y_Q}{2} \\ 7,4 &= \frac{y_P + 8}{2} \\ 2 \times 7,4 &= y_P + 8 \\ 14,8 &= y_P + 8 \\ 14,8 - 8 &= y_P \\ 6,8 &= y_P \end{aligned}$$

Les coordonnées de P sont donc $P(0,4; 6,8)$.

Exercice 8. Puisque $EFGH$ est un parallélogramme, alors ses diagonales $[EG]$ et $[FH]$ se coupent en leur milieu I. Puisque I est le mileu de $[EG]$, alors nous pouvons calculer ses coordonnées en utilisant les formules $x_I = \frac{x_E + x_G}{2}$ et $y_I = \frac{y_E + y_G}{2}$. Nous trouvons $I(23; -11)$.
Mais I est aussi le milieu de l'autre diagonale $[FH]$, donc :

$$\begin{aligned} x_I &= \frac{x_F + x_H}{2} \\ 23 &= \frac{4 + x_H}{2} \\ 2 \times 23 &= 4 + x_H \\ 46 &= 4 + x_H \\ 46 - 4 &= x_H \\ 42 &= x_H \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y_I &= \frac{y_F + y_H}{2} \\ -11 &= \frac{12 + y_H}{2} \\ 2 \times -11 &= 12 + y_H \\ -22 &= 12 + y_H \\ -22 - 12 &= y_H \\ -34 &= y_H \end{aligned}$$

Les coordonnées de H sont donc $H(42; -34)$.