1 Puissance

Définition

Pour tout nombre réel a, pour tout nombre entier positif n, on a :

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \cdots \times a}_{n \text{ fois}}$$

De plus, si $a \neq 0$:

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \qquad \text{et} \qquad a^0 = 1$$

Propriété

Soient a et b deux nombres réels, et n et m deux nombres entiers non nuls.

- $(a \times b)^n = a^n \times b^n$
- Si $b \neq 0$: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$
- $(a^n)^m = a^{n \times m}$
- $a^n \times a^m = a^{n+m}$
- Si $a \neq 0$: $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} = \frac{1}{a^{m-n}}$

Exemple

Écrire sous la forme de produits ou fractions de puissances de nombres premiers.

$$A = 6^4 \times 2^3 \qquad B = \left(\frac{3}{2}\right)^5 \times 2^3 \qquad C = \frac{2^2 \times 3^4 \times 5^{-2}}{10^2 \times 3^5}$$

Exemple : Corrigé

$$\begin{aligned} A &= 6^4 \times 2^3 \\ &= (2 \times 3)^4 \times 2^3 \\ &= 2^4 \times 3^4 \times 2^3 \\ &= 2^4 \times 2^3 \times 3^4 \\ &= 2^{4+3} \times 3^4 \\ &= \boxed{2^7 \times 3^4} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= \left(\frac{3}{2}\right)^5 \times 2^3 \\ &= \frac{3^5}{2^5} \times 2^3 \\ &= \frac{3^5}{2^{5-3}} \\ &= \boxed{\frac{3^5}{2^2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C &= \frac{2^2 \times 3^4 \times 5^{-2}}{10^2 \times 3^5} \\ &= \frac{2^2 \times 3^4 \times 5^{-2}}{(2 \times 5)^2 \times 3^5} \\ &= \frac{2^2 \times 3^4 \times 5^{-2}}{2^2 \times 5^2 \times 3^5} \\ &= \frac{\cancel{2^2} \times 3^4 \times 5^{-2}}{\cancel{2^2} \times 3^5 \times 5^2} \\ &= \frac{1}{3^{5-4} \times 5^{2-(-2)}} \\ &= \frac{1}{3^1 \times 5^4} \\ &= \boxed{\frac{1}{3 \times 5^4}} \end{aligned}$$