

Faire un des deux exercices au choix :

- si vous n'avez pas compris les intervalles, ou les unions et intersections, faites l'exercice 1 ;
- si vous avez compris les intervalles, ainsi que les unions et intersections, faites l'exercice 2.

Faites l'exercice. Si vous n'y arrivez pas, regardez la correction pour vous aider. Si vous y arrivez, regardez la correction pour vérifier vos réponses.

Exercice 1. Écrire chacun des ensembles suivants sous la forme d'un seul intervalle (ou \emptyset). Il est conseillé de représenter les ensembles sur la droite des réels, mais ce n'est pas obligatoire.

$$A = [-1; 8] \cap]2; 27[$$

$$B =]-\infty; 5[\cup [-2; 8]$$

$$C =]-\infty; 9[\cap [-8; +\infty[$$

$$D =]-\infty; 9[\cup [-8; +\infty[$$

Exercice 2. Les deux questions sont indépendantes.

1. Résoudre le couple d'inéquations suivantes, et représenter les solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles disjoints :
 $5x - 3 \geq x + 7$ et $13 - x > 5$.
2. Même question avec : $x+2 < -x-8$ ou $3x-7 \geq -5x+1$.

Exercice 1 (Corrigé). Dans chaque cas, on trace la droite des réels qui correspond.

$$A = [-1; 8] \cap]2; 27[$$



Puisque nous cherchons l'intersection \cap des deux ensembles, nous voulons les nombres qui sont surlignés des deux couleurs, donc $A =]2; 8]$.

$$B =]-\infty; 5[\cup [-2; 8]$$



Puisque nous cherchons l'union \cup des deux ensembles, nous voulons les nombres qui sont surlignés au moins une fois, donc $B =]-\infty; 8[$.

$$C =]-\infty; 9[\cap [-8; +\infty[$$



Puisque nous cherchons l'intersection \cap des deux ensembles, nous voulons les nombres qui sont surlignés deux fois, donc $C = [-8; 9]$.

$$D =]-\infty; 9[\cup [-8; +\infty[$$



Puisque nous cherchons l'union \cup des deux ensembles, nous voulons les nombres qui sont surlignés au moins une fois, donc $D =]-\infty; +\infty[= \mathbb{R}$.

Exercice 2 (Corrigé).

1. Résolvons les deux inéquations séparément.

$$5x - 3 \geq x + 7$$

$$13 - x > 5$$

$$5x \geq x + 7 + 3$$

$$-x > 5 - 13$$

$$5x \geq x + 10$$

$$-x > -8$$

$$5x - x \geq 10$$

$$x < 8$$

$$4x \geq 10$$

$$x \geq \frac{10}{4}$$

$$x \geq 2,5$$

Donc les deux équations sont équivalentes à $x \geq 2,5$ et $x < 8$. Représentons ces deux intervalles sur la droite des réels.

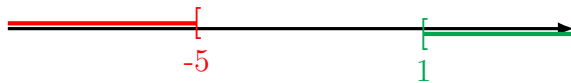


Puisque les deux conditions doivent être vérifiées en même temps (il y a un « et » entre les deux inéquations), nous recherchons l'intersection des deux ensembles, c'est-à-dire l'ensemble des nombres qui appartiennent aux deux intervalles (qui sont surlignés deux fois sur la droite des réels), c'est-à-dire $x \in [2,5; 8[$.

2. Résolvons les deux inéquations séparément.

$$\begin{array}{ll}
 x + 2 < -x - 8 & 3x - 7 \geq -5x + 1 \\
 x < -x - 8 - 2 & 3x \geq -5x + 1 + 7 \\
 x < -x - 10 & 3x \geq -5x + 8 \\
 x + x < -10 & 3x + 5x \geq 8 \\
 2x < -10 & 8x \geq 8 \\
 x < -\frac{10}{2} & x \geq \frac{8}{8} \\
 x < -5 & x \geq 1
 \end{array}$$

Donc les deux équations sont équivalentes à $x < -5$ et $x \geq 1$. Représentons ces deux intervalles sur la droite des réels.



Puisque l'une des deux conditions au moins doit être vérifiée (il y a un « ou » entre les deux inéquations), nous recherchons l'union des deux ensembles, c'est-à-dire l'ensemble des nombres qui appartiennent à au moins l'un des deux intervalles (qui sont surlignés au moins deux fois sur la droite des réels), c'est-à-dire :

$$x \in]-\infty; -5[\cup [1; +\infty[.$$