

EXERCICES
Inéquations et Intervalles

Énoncés

Exercice 1 (Union et intersection). On considère les intervalles $I = [-3; 4]$ et $J =]-\infty; 2[$. Répondre vrai ou faux aux affirmations suivantes.

- | | | | |
|----------------------|---------------------|----------------------|---------------------|
| a. $-9 \in I \cup J$ | c. $2 \in I \cup J$ | e. $-6 \in I \cap J$ | g. $1 \in I \cap J$ |
| b. $-1 \in I \cup J$ | d. $7 \in I \cup J$ | f. $-3 \in I \cap J$ | h. $2 \in I \cap J$ |

Exercice 2 (Inéquations).

1. Résoudre chacune des inéquations suivantes.

(a) $5x - 3 \geq x + 7$ (b) $13 - x > 5$

2. Résoudre le couple d'inéquations suivantes, et représenter les solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles disjoints.

$$5x - 3 \geq x + 7 \text{ et } 13 - x > 5$$

3. Même question avec :

$$5x - 3 \geq x + 7 \text{ ou } 13 - x > 5$$

Exercice 3 (Inéquations).

1. Résoudre chacune des inéquations suivantes.

(a) $x + 2 < -x - 8$ (b) $3x - 7 \geq -5x + 1$

2. Résoudre le couple d'inéquations suivantes, et représenter les solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles disjoints.

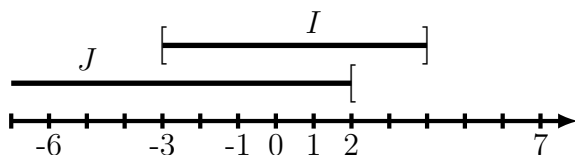
$$x + 2 < -x - 8 \text{ et } 3x - 7 \geq -5x + 1$$

3. Même question avec :

$$x + 2 < -x - 8 \text{ ou } 3x - 7 \geq -5x + 1$$

Corrigés

Exercice 1 (Union et intersection — Corrigé). Commençons par représenter les deux ensembles sur la même droite des réels (si vous êtes à l'aise, vous pouvez vous passer de cette étape).



Rappel : l'ensemble $I \cap J$ désigne l'ensemble des nombres qui appartiennent aux deux intervalles I et J ; l'ensemble $I \cup J$ désigne l'ensemble des nombres qui appartiennent à I , à J , ou aux deux.

- | | |
|--|---|
| a. Vrai (car $-9 \notin I$ et $-9 \in J$). | e. Faux (car $-6 \notin I$ et $-6 \in J$). |
| b. Vrai (car $-1 \in I$ et $-1 \in J$). | f. Vrai (car $-3 \in I$ et $-3 \in J$). |
| c. Vrai (car $2 \in I$ et $2 \notin J$). | g. Vrai (car $1 \in I$ et $1 \in J$). |
| d. Faux (car $7 \notin I$ et $7 \notin J$). | h. Faux (car $2 \in I$ et $2 \notin J$). |

Exercice 2 (Inéquations).

1. Résoudre chacune des inéquations suivantes.

(a) $5x - 3 \geq x + 7$

$$5x - 3 - x \geq x - x + 7$$

$$4x - 3 \geq 7$$

$$4x - 3 + 3 \geq 7 + 3$$

$$4x \geq 10$$

$$\frac{4x}{4} \geq \frac{10}{4}$$

(b) $13 - x > 5$

$$13 - x - \mathbf{13} > 5 - \mathbf{13}$$

$$-x > -8$$

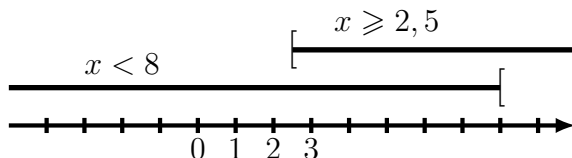
$$-x \times (-1) > -8 \times (-1)$$

$$x < 8$$

2. Résoudre le couple d'inéquations suivantes, et représenter les solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles disjoints.

$$5x - 3 \geq x + 7 \text{ et } 13 - x > 5$$

Ce sont les mêmes équations que précédemment, mais il faut trouver les solutions qui vérifient les deux équations *en même temps*. Représentons les solutions sur la droite des réels.



On veut que les deux équations soient vraies en même temps, donc on cherche les valeurs de x qui appartiennent aux deux intervalles, c'est-à-dire les valeurs de x comprises entre 2, 5 et 8. Donc $x \in [2, 5; 8[$.

3. Même question avec :

$$5x - 3 \geq x + 7 \text{ ou } 13 - x > 5$$

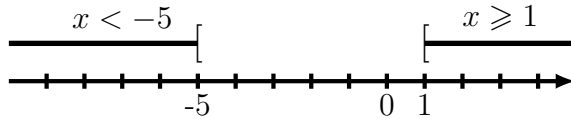
On regarde la même droite des réels qu'à la question précédente. Cette fois-ci, on veut que l'une des deux équations soit vraie (ou les deux), donc on cherche les valeurs de x qui appartiennent à au moins l'un des deux intervalles. Ici les deux intervalles couvrent tous les réels, donc $x \in]-\infty; +\infty[$ (ou encore $x \in \mathbb{R}$).

Exercice 3 (Inéquations).

1. Résoudre chacune des inéquations suivantes.
 - (a) Les solutions sont $x < -5$.
 - (b) Les solutions sont $x \geq 1$.
2. Résoudre le couple d'inéquations suivantes, et représenter les solutions sous la forme d'un intervalle ou d'une union d'intervalles disjoints.

$$x + 2 < -x - 8 \text{ et } 3x - 7 \geq -5x + 1$$

Ce sont les mêmes équations que précédemment, mais il faut trouver les solutions qui vérifient les deux équations *en même temps*. Représentons les solutions sur la droite des réels.



On veut que les deux équations soient vraies en même temps, donc on cherche les valeurs de x qui appartiennent aux deux intervalles. Ici, il n'y en a aucune : donc $x \in \emptyset$ (ou pour le dire autrement : le couple d'inéquations n'a pas de solutions).

3. Même question avec :

$$x + 2 < -x - 8 \text{ et } 3x - 7 \geq -5x + 1$$

On regarde la même droite des réels qu'à la question précédente. Cette fois-ci, on veut que l'une des deux équations soit vraie (ou les deux), donc on cherche les valeurs de x qui appartiennent à au moins l'un des deux intervalles. Ici, les deux intervalles sont disjoints (il n'ont aucun nombre en commun), donc il n'est pas possible d'exprimer la solution sous la forme d'un seul intervalle : $x \in]-\infty; -5[\cup [1; +\infty[$.