

Chapitre 1

Ensembles de nombres

1 Équations du premier degré

TODO

Définition 1. Soit une équation d'inconnue x . Résoudre cette équation consiste à trouver toutes les valeurs de x (appelées *solutions*) qui vérifient l'équation.

Exemple 2. Soit l'équation $3x^2 + 3x - 6 = 0$.

- 1 est solution de l'équation car $3 \times 1^2 + 3 \times 1 - 6 = 0$.
- 2 n'est pas solution, car $3 \times 2^2 + 3 \times 2 - 6 \neq 0$.
- -2 est solution, car $3 \times (-2)^2 + 3 \times (-2) - 6 = 0$.

Exemple 3. Résoudre l'équation $3x + 4 = 0$.

$$\begin{aligned}3x + 4 &= 0 \\ \Leftrightarrow 3x &= -4 \\ \Leftrightarrow x &= -\frac{4}{3}\end{aligned}$$

L'équation a donc une unique solution $x = -\frac{4}{3}$.

Définition 4. Une équation du premier degré est une équation de la forme $ax + b = 0$, ou pouvant s'y ramener.

Exemple 5. Considérons l'équation $3x + 7 = 2x - 1$. Alors :

$$\begin{aligned}3x + 7 = 2x - 1 &\Leftrightarrow 3x + 2 - 2x + 1 = 0 \\ &\Leftrightarrow x + 3 = 0\end{aligned}$$

Donc c'est une équation du premier degré.

Exemple 6. L'équation $x^2 - 7x + 1 = 0$ n'est pas une équation du premier degré.

Remarque 7. Résoudre une équation du premier degré $ax + b = 0$ revient à trouver les abscisses des points d'intersection de la fonction $f : x \mapsto ax + b$ avec l'axe des abscisses.

Propriété 8 (Résolution algébrique). Soit une équation $ax + b = 0$.

- Si $a \neq 0$, l'unique solution est $x = -\frac{b}{a}$.
- Si $a = 0$ et $b \neq 0$, l'équation n'a pas de solutions.
- Si $a = 0$ et $b = 0$, tous les réels sont solutions.

2 Inéquations et Intervalles

Pour rappel, on peut représenter les solutions d'une inéquation sur la droite des réels.

TODO exemple

TODO Faire le lien avec la droite des réels rencontrée en troisième ; montrer le passage de la droite des réels à l'intervalle.

Définition 9. Soient a et b deux nombres réels, avec $a < b$.

- *L'intervalle* $[a, b]$ est l'ensemble des nombres compris entre a et b , inclus.
- *L'intervalle* $]a, b[$ est l'ensemble des nombres compris entre a et b , exclus.
- *L'intervalle* $[a, +\infty[$ est l'ensemble des nombres supérieurs (ou égaux) à a .
- *L'intervalle* $] -\infty, b]$ est l'ensemble des nombres inférieurs (ou égaux) à b .

TODO parler de segments et demi-droites de la droite des réels

Activité 10. TODO Introduction des unions et intersections

Définition 11. Soient A et B deux ensembles de nombres.

- *L'intersection* de A et B , notée $A \cap B$, est l'ensemble des nombres appartenant à la fois à A et à B .
- *L'union* de A et B , notée $A \cup B$, est l'ensemble des nombres appartenant à A ou à B (ou aux deux).

Exemple 12. TODO

On peut représenter les solutions d'une inéquations sous forme d'un intervalle.

Exemple 13. TODO

3 Équations produit

Propriété 14 (Équation produit). Soient A et B deux réels. Alors $A \times B = 0$ si et seulement si $A = 0$ ou $B = 0$.

En particulier, $(ax + b)(cx + d) = 0$ si et seulement si $ax + b = 0$ ou $cx + d = 0$.