

Exercice. La glycémie est la concentration massique exprimée en gramme par litre g L^{-1} de sucre dans le sang. Le diabète se caractérise par une hyperglycémie chronique, c'est-à-dire un excès de sucre dans le sang et donc une glycémie trop élevée.

Une glycémie est normale lorsqu'elle est comprise entre $0,7 \text{ g L}^{-1}$ et $1,1 \text{ g L}^{-1}$ à jeun et lorsqu'elle est inférieure à $1,4 \text{ g L}^{-1}$, une heure et trente minutes après un repas.

Lorsque l'on suspecte un diabète, on pratique un test de tolérance au glucose. Lorsqu'il est à jeun, le patient ingère 75 g de glucose au temps $t = 0$ (t est exprimé en heure).

Pour tout réel t de l'intervalle $[0; 3]$, la glycémie du patient, exprimée en g L^{-1} , t heures après l'ingestion, est modélisée par la fonction f définie sur $[0; 3]$ par :

$$f(t) = 0,1t^3 - 0,75t^2 + 1,2t + 1$$

1. Que valait la glycémie du patient à jeun ?
2. (a) On note f' la fonction dérivée de la fonction f . Montrer que pour tout réel t appartenant à $[0; 3]$:

$$f'(t) = 0,3(t - 1)(t - 4)$$

- (b) Étudier le signe de $f'(t)$ sur $[0; 3]$ et en déduire le tableau de variations de la fonction f sur l'intervalle $[0; 3]$.
3. (a) Au bout de combien d'heures la glycémie du patient est-elle maximale et que vaut-elle ?
(b) Peut-on suspecter un diabète chez le patient ? Expliquer.