

Exercice. Une association propose chaque jour un spectacle au prix de 60€.

Pour le promouvoir l'association annonce qu'à l'entrée du spectacle, chaque client lancera un dé cubique non truqué, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

- Si le résultat est 6, l'entrée sera gratuite.
- Si le résultat est 1, l'entrée sera à demi-tarif.
- Si le résultat est 5, le client aura une remise de 10 %.
- Dans les autres cas, le client paiera plein tarif.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque résultat du lancer de dé, associe le prix que paiera le client.

1. Montrer que la variable aléatoire X prend les valeurs 0 ; 30 ; 54 et 60.
2. Déterminer la loi de probabilité de X (les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles).
3. Donner une interprétation de l'évènement $\{X \geq 54\}$ dans le contexte de l'exercice, puis calculer sa probabilité.
4. Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter le résultat obtenu dans le cadre de l'exercice.
5. Que peut-on en déduire pour l'association si la salle composée de 1500 places est pleine ?