Exercice 1 (D'après l'exercice 4 du sujet d'EC n° 81)**.** Dans une maternité, on estime qu'à la naissance, la probabilité qu'un enfant soit une fille est égale à 0,51.
On choisit de manière indépendante trois enfants nés dans cette maternité.
On note X la variable aléatoire qui prend pour valeur le nombre de filles parmi ces trois enfants.

1. Représenter l'expérience aléatoire à l'aide d'un arbre de probabilité.
2. Calculer la probabilité qu'exactement deux enfants soient des filles.
3. Décrire l'évènement $\{X = 0\}$ puis calculer sa probabilité.
4. Recopier sur la copie et compléter le tableau suivant donnant la loi de probabilité de X .

x	0	1	2	3
$P(X = x)$				

5. Calculer l'espérance de cette variable aléatoire.
   Interpréter ce résultat dans le contexte de l'exercice

Exercice 2 (D'après l'exercice 4 du sujet d'EC n° 20)**.** Dans une ville, pour se rendre à l'aéroport en utilisant les transports en commun, deux moyens différents sont proposés aux usagers : le bus (B) ou le tramway (T).
Trois personnes choisissent chacune au hasard et de façon indépendante un moyen pour se rendre à l'aéroport en utilisant les transports en commun.
On suppose que la probabilité de prendre le bus, pour chaque personne, est égale à $0,4$ et celle de prendre le tramway à $0,6$.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Calculer la probabilité que les trois personnes prennent chacune le bus.
3. On note X la variable aléatoire associée au nombre de personnes qui prennent le bus.
   On donne ci-dessous la loi de probabilité de la variable aléatoire X :

a	0	1	2	3
$p(X = a)$	$0,216$	$0,432$	$0,288$	$0,064$

   (a) Interpréter dans le cadre de l'exercice l'évènement $\{X \leqslant 2\}$. Aucun calcul de probabilité n'est demandé dans cette question.
   (b) Calculer la probabilité $p\,(X \leqslant 2)$.
   (c) Calculer l'espérance de la variable aléatoire X .

Exercice 3 (D'après l'exercice 4 du sujet d'EC n° 50)**.** Une urne contient trois boules blanches et une boule rouge.
On tire au hasard une boule, on note sa couleur et on la remet dans l'urne. On recommence une deuxième fois, puis une troisième fois.
On considère que les trois tirages sont indépendants.
On étudie l'expérience aléatoire constituée par ces trois tirages au hasard successifs.

1. Représenter cette expérience aléatoire par un arbre de probabilités.
   Chaque issue de l'expérience peut être notée au bout de la dernière branche sous la forme d'un triplet du type (B, B, R) *par exemple,* B *désignant le tirage d'une boule blanche et* R *celui d'une boule rouge.*

On appelle X la variable aléatoire qui associe à chaque issue de l'expérience le nombre de boules rouges tirées.

2. (a) Quelles sont les valeurs prises par la variable aléatoire X ?
   (b) Traduire par une phrase l'évènement noté $\{X = 3\}$.
3. Donner la loi de probabilité de X sous la forme d'un tableau.
4. Calculer l'espérance de X puis interpréter le résultat.

Exercice 4 (D'après l'exercice 2 du sujet d'EC n° 33)**.** Une association propose chaque jour un spectacle au prix de 20€.
Pour le promouvoir l'association annonce qu'à l'entrée du spectacle, chaque client lancera un dé cubique non truqué, dont les faces sont numérotées de 1 à 6.

— Si le résultat est 6, l'entrée sera gratuite.
— Si le résultat est 1, l'entrée sera à demi-tarif.
— Si le résultat est 5, le client aura une remise de 20 %.
— Dans les autres cas, le client paiera plein tarif.

Soit X la variable aléatoire qui, à chaque résultat du lancer de dé, associe le prix que paiera le client.

1. Montrer que la variable aléatoire X prend les valeurs 0 ; 10 ; 16 et 20.
2. Déterminer la loi de probabilité de X (les résultats seront donnés sous forme de fractions irréductibles).
3. Calculer la probabilité de l'événement $\{X \leqslant 10\}$.
4. Calculer l'espérance mathématique de X et interpréter le résultat obtenu dans le cadre de l'exercice.
5. Que peut-on en déduire pour l'association si la salle composée de 900 places est pleine ?

Exercice 5 (D'après l'exercice 3 du sujet d'EC n° 37)**.** Pour fidéliser ses touristes, l'office de tourisme d'une ville propose gratuitement un jeu en deux étapes.

— La première étape consiste à gratter une carte pour gagner un porte-clés de la ville.

— La deuxième étape consiste à gratter une autre carte pour gagner une entrée à la piscine municipale.

Ces deux étapes du jeu sont indépendantes.
Le touriste a :

— sept chances sur dix de gagner un porte-clefs de la ville ;

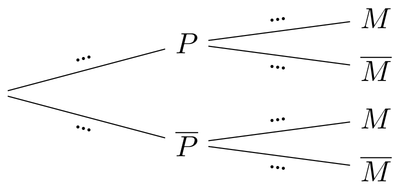
— quatre chances sur dix de gagner une entrée gratuite à la piscine municipale.

On définit les évènements suivants :

— P : « le touriste gagne un porte-clefs de la ville »

— M :« le touriste gagne une entrée gratuite à la piscine municipale »

1. (a) Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.



   (b) Calculer la probabilité que le touriste ne gagne aucun lot.

   (c) Calculer la probabilité que le touriste remporte au moins un lot.

2. Un porte-clefs coûte 0,80 euro à la municipalité et une entrée à la piscine 5,50 euros.

   On note X la variable aléatoire qui à chaque touriste participant associe le coût, en euro, de ses éventuels lots pour la municipalité.

   (a) Justifier que $P(X = 0,80) = 0,42$.

   (b) Le tableau suivant donne la loi de probabilité de X . Le recopier et le compléter.

k	0	$0,80$	$5,50$	$6,30$
$P(X = k)$	$0,18$	$0,42$	$0,12$	$\dots$

Exercice 6 (D'après l'exercice 2 du sujet d'EC n° 44)**.** On constate que de plus en plus d'éléphants mâles naissent sans défense. Actuellement, 4% des éléphants sont porteurs du gène de l'absence de défenses.
Pour un groupe de 10 éléphants choisis au hasard, le nombre d'éléphants porteurs du gène de l'absence de défenses est une variable aléatoire notée X.

1. Quelles sont les valeurs que peut prendre X ?
2. Une équipe de chercheurs a édité le tableau de valeurs suivantes :

k	$p(X = k)$	$p(X \leqslant k)$
0	0,028 247 52	0,282 475 2
1	0,121 060 82	0,149 308 35
2	0,233 474 44	0,382 782 79
3	0,266 827 93	0,649 610 72
4	0,200 120 95	0,849 731 67
5	0,102 919 35	0,952 651 01

k	$p(X = k)$	$p(X \leqslant k)$
6	0,036 756 91	0,989 407 92
7	0,009 001 69	0,998 409 61
8	0,001 446 7	0,999 856 31
9	0,000 137 78	0,999 994 1
10	0,000 005 9	1

   (a) Donner la probabilité qu'aucun éléphant ne porte ce gène.
   (b) Donner et interpréter la probabilité $p(X \leqslant 5)$.
   (c) Calculer $p(X > 5)$.
   (d) Calculer la probabilité qu'au moins trois éléphants soient porteurs du gène.

Exercice 7 (D'après l'exercice 2 du sujet d'EC n° 55)**.** Pierre et Nicolas jouent l'un contre l'autre à un jeu vidéo. Ils décident de jouer deux parties, l'une à la suite de l'autre.
On estime que Pierre à 70 % de chances de gagner une partie. Ainsi, Nicolas a 30 % de chances de gagner.
On suppose que les issues de ces deux parties sont indépendantes. On note :
— P l'évènement « Pierre gagne la partie » ;
— N l'évènement « Nicolas gagne la partie ».

1. Représenter par un arbre de probabilité la situation de l'énoncé.
2. Déterminer la probabilité que Pierre et Nicolas gagnent tous les deux une partie exacte- ment.
3. On note X la variable aléatoire égale au nombre de parties gagnées par Pierre sur les deux parties. Dans le contexte de l'énoncé, donner une interprétation de l'évènement $\{X = 0\}$. Aucun calcul de probabilités n'est attendu dans cette question.
4. On donne la loi de probabilité de la variable aléatoire X dans le tableau suivant :

a	0	1	2
$P(X = a)$	$0,09$	$0,42$	$0,49$

   (a) Justifier que l'espérance de la variable aléatoire X vaut 1,4.
   (b) Interpréter le résultat de l'espérance dans le contexte de cet exercice.