

**Exemple 1.** On lance deux fois une pièce de monnaie tordue, pour laquelle la probabilité d'obtenir « pile » est  $\frac{1}{4}$ , et on regarde la face obtenue.

1. Lister toutes les issues possibles : .....
2. On mise 1€, puis on gagne 2€ pour chaque résultat « pile » obtenu. On note  $X$  le gain algébrique correspondant. Quelles sont les valeurs possibles de  $X$  ?

**Définition.** Soit une expérience aléatoire d'univers  $\Omega$ . Définir une *variable aléatoire* discrète  $X$  sur  $\Omega$ , c'est associer à chaque issue de  $\Omega$  un nombre réel. L'ensemble de ces réels est l'ensemble des valeurs prises par  $X$ .

**Définition.** La *loi de probabilité* d'une variable aléatoire  $X$ , souvent donnée sous la forme d'un tableau, est la donnée de l'ensemble des valeurs  $x$  prises par  $X$ , associées à la probabilité de l'évènement «  $X = x$  ».

**Exemple 2.** On reprend l'expérience de l'exemple 1.

1. Dessiner l'arbre de probabilités correspondant à cette expérience.
2. Dresser la loi de probabilité de  $X$ .
3. Quelle est la probabilité de gagner de l'argent ?
4. Calculer  $P(X \leq 2)$ .

**Exercice.** Exercices 23, 24, 40, 41 p. 201 et suivantes.

**Définition.** Soit  $X$  une variable aléatoire dont la loi de probabilités est représentées dans le tableau ci-contre.

$x$	$x_1$	$x_2$	$\dots$	$x_n$
$P(X = x)$	$p_1$	$p_2$	$\dots$	$p_n$

L'*espérance* de  $X$ , notée  $E(X)$ , est le nombre :  $E(X) = x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \dots + x_n \times p_n$ .

**Remarque.** L'espérance d'une variable aléatoire  $X$  est la valeur moyenne obtenue en répétant un grand nombre de fois l'expérience aléatoire.

**Exemple 3.** On reprend la variable aléatoire  $X$  de l'exemple 2

1. Calculer  $E(X)$ .
2. On joue un grand nombre de fois à ce jeu. Quel est le gain moyen que l'on peut espérer obtenir ?

**Exercice.** Exercices 51, 54 p. 204.

**Définition.** Dans une épreuve de Bernoulli de paramètre  $p$ , on appelle *variable aléatoire de Bernoulli* la variable aléatoire qui prend la valeur 1 en cas de succès, et 0 en cas d'échec.

$x_i$	0	1
$P(X = x_i)$		

**Propriété.** L'espérance d'une variable aléatoire de Bernoulli  $X$  de paramètre  $p$  est :  $\dots$

**Exemple 4.** On lance un dé équilibré à 6 faces, et on considère « Obtenir 6 » comme un succès.

1. Cette épreuve est une épreuve de Bernoulli. Quel est son paramètre  $p$  ?
2. Dresser la loi de probabilité de la variable de Bernoulli associée à cette épreuve ?