

Exemple 1. On lance deux fois une pièce de monnaie tordue, pour laquelle la probabilité d'obtenir « pile » est $\frac{1}{4}$, et on regarde la face obtenue.

1. Lister toutes les issues possibles :
2. On mise 1€, puis on gagne 2€ pour chaque résultat « pile » obtenu. On note X le gain algébrique correspondant. Quelles sont les valeurs possibles de X ?

Définition. Soit une expérience aléatoire d'univers Ω . Définir une *variable aléatoire* discrète X sur Ω , c'est associer à chaque issue de Ω un nombre réel. L'ensemble de ces réels est l'ensemble des valeurs prises par X .

Définition. La *loi de probabilité* d'une variable aléatoire X , souvent donnée sous la forme d'un tableau, est la donnée de l'ensemble des valeurs x prises par X , associées à la probabilité de l'évènement « $X = x$ ».

Exemple 2. On reprend l'expérience de l'exemple 1.

1. Dessiner l'arbre de probabilités correspondant à cette expérience.
2. Dresser la loi de probabilité de X .
3. Quelle est la probabilité de gagner de l'argent ?
4. Calculer $P(X \leq 2)$.

Exercice. Exercices 23, 24, 40, 41 p. 201 et suivantes.

Définition. Soit X une variable aléatoire dont la loi de probabilités est représentées dans le tableau ci-contre.

x	x_1	x_2	\dots	x_n
$P(X = x)$	p_1	p_2	\dots	p_n

L'espérance de X , notée $E(X)$, est le nombre : $E(X) = x_1 \times p_1 + x_2 \times p_2 + \dots x_n \times p_n$.

Remarque. L'espérance d'une variable aléatoire X est la valeur moyenne obtenue en répétant un grand nombre de fois l'expérience aléatoire.

Exemple 3. On reprend la variable aléatoire X de l'exemple 2

1. Calculer $E(X)$.
2. On joue un grand nombre de fois à ce jeu. Quel est le gain moyen que l'on peut espérer obtenir ?

Exercice. Exercices 51, 54 p. 204.

Définition. Dans une épreuve de Bernoulli de paramètre p , on appelle *variable aléatoire de Bernoulli* la variable aléatoire qui prend la valeur 1 en cas de succès, et 0 en cas d'échec.

x_i	0	1
$P(X = x_i)$		

Propriété. L'espérance d'une variable aléatoire de Bernoulli X de paramètre p est : ...

Exemple 4. On lance un dé équilibré à 6 faces, et on considère « Obtenir 6 » comme un succès.

1. Cette épreuve est une épreuve de Bernoulli. Quel est son paramètre p ?
2. Dresser la loi de probabilité de la variable de Bernoulli associée à cette épreuve ?