1 Tangente à une courbe

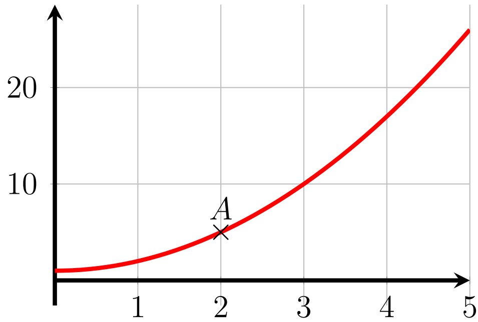
Définition.

— Une *sécante* à une courbe $\mathcal{C}$ passant par le point A est une droite passant par A, et coupant la courbe en un autre point M.

— Lorsque le point M se rapproche de A, il arrive que la sécante (AM) se rapproche d'une « position limite ». Cette droite « limite » est alors appelée *tangente à la courbe* $\mathcal{C}$ *au point* A.

Exemple 1. Voici la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto x^2 + 1$, ainsi que le point $A(2; 5)$.

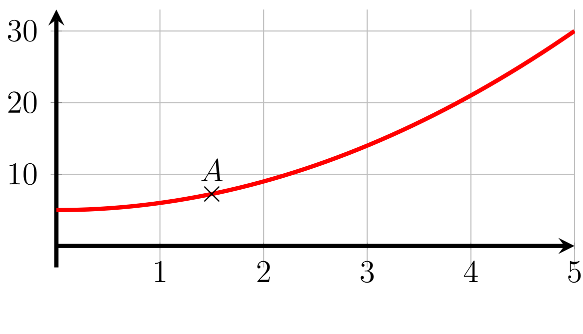
1. Tracer plusieurs sécantes passant par le point A.
2. Tracer, d'une couleur différente, la tangente à la courbe de f passant par A.



Exercice. Exercices 17, 18 p. 148.

2 Nombre dérivé

Définition. On reprend une fonction f de courbe $\mathcal{C}$, un point A (d'abscisse a), et un nombre strictement positif h. Le point M de coordonnées $M(a + h; f(a + h))$ est un point de $\mathcal{C}$, et (AM) est une sécante à $\mathcal{C}$.
Alors le nombre réel $\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$ est le coefficient directeur de (AM), et le *taux de variations* de la fonction f entre a et $a + h$.



Définition. Si le taux de variations d'une fonction f entre a et $a+h$ tend vers un nombre l lorsque h tend vers 0, alors on dit que f est dérivable en a. Ce nombre est appelé le *nombre dérivé de f en a*, et se note $f'(a)$. On écrit :

$$f'(a) = \lim_{h \to 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$$

3 Équation de la tangente

Définition. Soit f une fonction dérivable en un nombre a. On appelle *tangente à f au point d'abscisse a* la droite T, passant par le point de coordonnée $(a; f(a))$, et de coefficient directeur $f'(a)$.

Propriété. Si f est dérivable en a, l'équation réduite de la tangente à la courbe de f en a est :

$$y = f'(a)(x-a) + f(a)$$

Exemple 2. On considère la fonction f définie par $f(x) = x^2 - 2x + 1$, tracée ci-contre.
On admet que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $f'(x) = 2x - 2$.

1. Calculer $f(3)$ et $f'(3)$.
2. Déterminer l'équation de la tangente à la courbe de f au points d'abscisse 3.
3. Tracer cette tangente.