

(a) Définition

Définition. Les fonctions de la forme $x \mapsto ax^3 + b$ (avec a et b des nombres réels, et $a \neq 0$) et $x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$ (avec x_1, x_2, x_3 des nombres réels distincts, et $a \neq 0$) sont des *polynômes du troisième degré*.

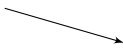
Remarque. Il existe d'autres polynômes du troisième degré d'une forme différente, mais elles ne sont pas étudiées dans ce chapitre.

(b) Variations


Propriété (Variations).

— Fonction de la forme $f : x \mapsto ax^3 + b$:

Si $a < 0$:


x	$-\infty$	$+\infty$
f		

Si $a > 0$:


x	$-\infty$	$+\infty$
f		

— Fonction de la forme $f : x \mapsto a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3)$:

Si $a < 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
f		

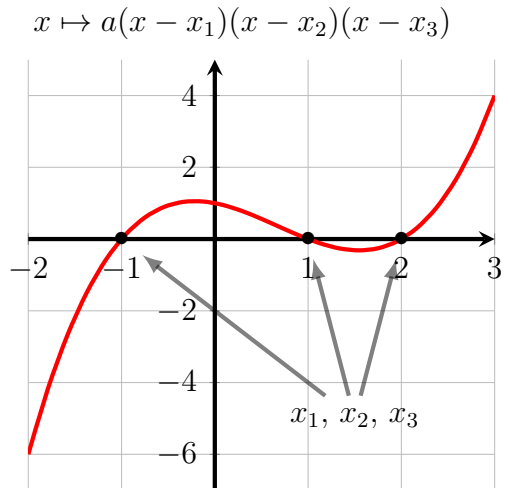
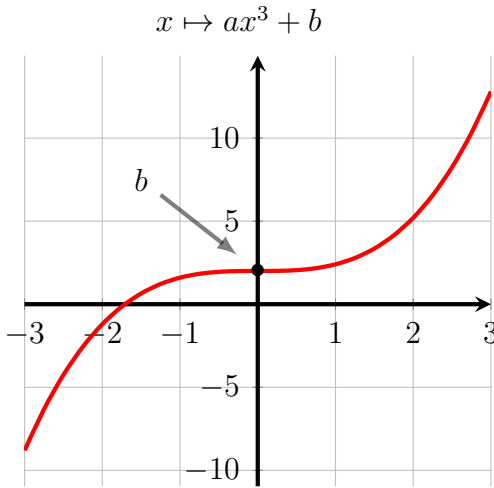
Si $a > 0$:

x	$-\infty$	$+\infty$
f		

Exemple 1. Dresser le tableau de variations des fonctions suivantes :
 (a) $f(x) = 2x^3 + 4$ (b) $g(x) = -4(x - 2)(x + 1)(x + 3)$ (c) $h(x) = -x^3$

Exercice. 33 p. 121

(c) Représentation graphique

Propriété (Allure des courbes).**Exemple 2.**

1. On définit la fonction f sur \mathbb{R} par $f(x) = -2x^3 + 3$.
 - (a) Identifier a et b .
 - (b) Dresser le tableau de variations de f
 - (c) Résoudre $f(x) = 0$ (en arrondissant les éventuelles solutions au dixième), calculer $f(0)$, puis tracer l'allure de la courbe de f .
 - (d) Dresser le tableau de signes de f .
2. On définit la fonction g sur \mathbb{R} par $g(x) = 2(x - 2)(x + 3)(x - 1)$.
 - (a) Identifier a , x_1 , x_2 , x_3 .
 - (b) Dresser le tableau de variations de g .
 - (c) Quelles sont les solutions de $g(x) = 0$?
 - (d) Calculer $g(0)$, puis tracer l'allure de la courbe de g .
 - (e) Dresser le tableau de signes de g .

Propriété. L'équation $a(x - x_1)(x - x_2)(x - x_3) = 0$ a trois solutions : $x = x_1$, $x = x_2$ ou $x = x_3$.

Exercice. 110 à 114 p. 127