

**Définition.** Soit  $f$  une fonction définie sur un intervalle  $I$  de  $\mathbb{R}$ , et  $a$  et  $b$  deux nombres de l'intervalle  $I$ , distincts. Le *taux de variation* de  $f$  entre  $a$  et  $b$  est le nombre :

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a}$$

**Exemple 1.** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = x^2 + 3$ . Calculer le taux de variation de  $f$  entre 2 et 4.

**Propriété** (Interprétation graphique). Le taux de variation d'une fonction  $f$  entre  $a$  et  $b$  est le coefficient directeur (la pente) de la droite entre les points de la courbe de  $f$  d'abscisses respectives  $a$  et  $b$ .

**Définition.** Une fonction est dite *monotone* sur un intervalle  $I$  si elle est croissante sur  $I$ , ou décroissante sur  $I$ , ou constante sur  $I$ .

**Exemple 2.** Tracer la fonction  $f : x \mapsto x^2$  à la calculatrice. Est-elle monotone sur : (a)  $[2; 7]$ ? (b)  $[-2; 3]$ ? (c)  $]-\infty; 0]$ ?

**Propriété.**

- Une fonction  $f$  est monotone sur un intervalle  $I$  si et seulement si le signe de son taux de variations entre deux points de  $I$  est constant (toujours le même).
- (a) Si les taux de variation entre deux points de  $I$  sont toujours positifs ou nuls, la fonction est croissante sur  $I$ .
- (b) Si les taux de variation entre deux points de  $I$  sont toujours négatifs ou nuls, la fonction est décroissante sur  $I$ .
- (c) Si les taux de variation entre deux points de  $I$  sont toujours nuls, la fonction est constante sur  $I$ .

**Exemple 3.** On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = -2x + 5$$

1. Calculer le taux de variation de  $f$  entre  $a$  et  $b$  quelconques, avec  $a \neq b$ .
2. Que peut on en déduire?
3. Quelle est la nature de  $f$ ? Comment aurait-on pu arriver à la même conclusion avec vos connaissances de seconde?