Exercice 1 (3 points)**.** L'objet de l'exercice est de résoudre l'équation :

$$\frac{e^{4x}}{e^{x+1}} = (e^x)^2$$

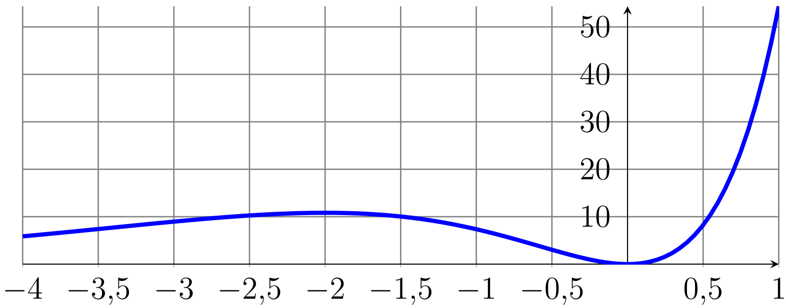
1. Mettre cette équation sous la forme $e^a = e^b$ (où a et b sont des expressions dépendant de x).
2. En déduire les solutions de l'équation de départ.

Exercice 2 (7 points)**.** Dans un jeu vidéo, les joueuses doivent protéger leur potager contre l'attaque de rongeurs. Le nombre de rongeurs est donné par la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = 20x^2e^x$$

où x est le temps de jeu, en minutes, relatif au début de l'assaut final, et l'arrondi de $f(x)$ est le nombre de rongeurs en train d'attaquer à ce moment-là.

Par exemple, $f(-1) \approx 7$ signifie qu'une minutes *avant* l'assaut final, les joueuses devront affronter sept rongeurs, et $f(0,5) \approx 8$ signifie qu'une demi-minutes *après* le début de l'assaut final, elles devront affronter huit rongeurs. La courbe représentative de f est donnée ci-dessous dans un repère du plan.



1. Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, la fonction dérivée de f, notée f', a pour expression :

$$f'(x) = 20\left(2x + x^2\right)e^x$$

2. Justifier que le tableau de signes de $f'(x)$ sur $\mathbb{R}$ est le suivant, puis en déduire le tableau de variations de f sur ce même intervalle.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

3. Quel est le nombre maximal de rongeur attaquant le potager *avant* l'assaut final ? Quand a lieu cette attaque maximale ?

4. Mélina n'a jamais réussi à résister à plus de 40 rongeurs d'un coup. Pour gagner cette partie, elle doit résister à l'assaut final pendant une minutes. Peut-elle espérer gagner ? Répondre en vous aidant de l'étude de la fonction ou d'une lecture graphique.