

Le devoir comportera des exercices très similaires aux exercices marqués d'une étoile ★.

**Exercice 1** (★). Les questions sont indépendantes.

1. Convertir en degrés la mesure d'angle  $\frac{7\pi}{36}$ .
2. Convertir en radians la mesure d'angle  $270^\circ$ .
3. Donner un nombre  $x$  tel que :  $\sin x = -\frac{1}{2}$  et  $\cos x \geq 0$ .

**Exercice 2** (★). On admet que  $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ , et on souhaite calculer la valeur exacte de :  $\sin \frac{\pi}{12}$ .

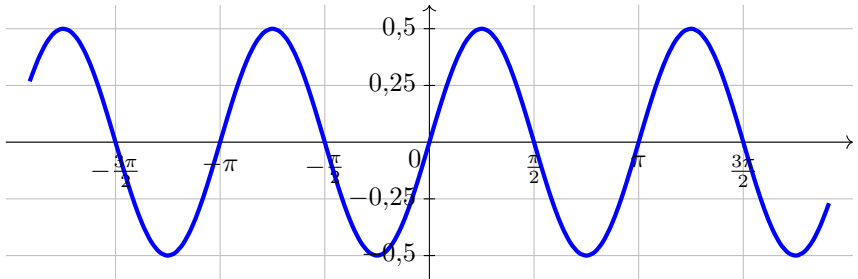
1. Montrer que :  $\sin^2 \left( \frac{\pi}{12} \right) = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$  (la simplification de la grosse fraction avec carrés et racines carrés pourra être faite à la calculatrice).
2. Justifier que :  $\sin \frac{\pi}{12} \geq 0$ .
3. En déduire la valeur exacte de :  $\sin \frac{\pi}{12}$  (ne pas simplifier l'expression obtenue).

**Exercice 3.** Le devoir comportera un exercice mettant en jeu la trigonométrie de collège (par exemple, l'exercice 76 p. 198 du manuel).

**Exercice 4** (★). L'objet de l'exercice est l'étude de la fonction  $f$ , définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = \sin x \times \cos x$$

1. On a tracé ci-dessous la courbe de la fonction  $f$ , sur l'intervalle  $[-2\pi; 2\pi]$ .



Répondre aux questions suivantes par lecture graphique.

- La fonction est périodique. Quelle est sa période ? Justifier en faisant apparaître cette période sur le graphique.
- Tracer le tableau de signes de  $f$  sur l'intervalle  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ .
- Tracer le tableau de variations de  $f$  sur l'intervalle  $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ .
- La fonction est-elle paire ou impaire ? Justifier en citant les bonnes propriétés de la courbe.

2. Répondre aux questions suivantes par le calcul.

- On admet que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :  $\cos(x + \pi) = -\cos x$  et  $\sin(x + \pi) = -\sin x$ . Montrer que la fonction  $f$  est périodique de période  $\pi$ .
- Dans un même tableau, donner le signe des fonctions  $\cos$  et  $\sin$ , puis celui de la fonction  $f$ .
- Calculer  $f\left(\frac{\pi}{4}\right)$  et  $f\left(-\frac{\pi}{4}\right)$ . La fonction  $f$  est-elle paire ?
  - Montrer que la fonction  $f$  est impaire.
- On admet que le maximum de  $f$  est atteint en  $\frac{\pi}{4}$ .
  - Quel est le maximum de  $f$  ?
  - Quel est minimum de  $f$  ? Justifier.