Faites deux exercices parmi les trois, sachant que :

- *l'exercice 1 est exactement le genre de problème que vous pourrez rencontrer en devoir ;*
- *l'exercice 2 est plus abstrait, fait peut-être un peu plus peur, mais ne devrait pas être beaucoup plus difficile ;*
- *l'exercice 3 est bien plus difficile que les deux autres, notamment car il demande plus d'autonomie.*

Exercice 1 (D'après l'exercice 2 du sujet du sujet 1 d'E3C 2 — Première générale — Spécialité mathématiques)**.**
Une entreprise pharmaceutique fabrique un soin antipelliculaire. Elle peut produire entre 200 et 2 000 litres de produit par semaine. Le résultat (c'est-à-dire la somme d'argent gagnée (en positif), ou perdue (en négatif)), en dizaines de milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de x centaines de litres est donné par la fonction R définie par :

$$R(x) = (5x - 30)e^{-0{,}25x} \text{ pour tout réel } x \in [2; 20].$$

1. Calculer le résultat réalisé par la fabrication et la vente de 7 centaines de litres de produit. On l'arrondira à l'euro près.
2. Vérifier que pour la fabrication et la vente de 400 litres de produit, l'entreprise réalise un résultat négatif (appelé déficit).
3. Résoudre l'inéquation $R(x) > 0$, d'inconnue x. Interpréter dans le contexte de l'exercice.
4. Calculer l'expression de la dérivée R' de la fonction R.
   En déduire la quantité de produit que l'entreprise doit produire et vendre pour réaliser le résultat maximal.

Exercice 2. On appelle *cosinus hyperbolique* la fonction notée cosh, et définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

1. Tracer, sur votre calculatrice, la courbe de la fonction cosh. Reproduire l'allure de cette courbe sur votre copie.

Cette courbe pourra vous aider à conjecturer les réponses aux questions suivantes, et donc à guider vos recherches, mais elle ne constituera en aucun cas une *preuve*.

2. Dresser le tableau de signes de la fonction cosh.
3. L'objet de cette question est de dresser le tableau de variations de la fonction cosh.
   (a) Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}$, on a : $\cosh' x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$.
   (b) Montrer que les solutions de $\cosh' x > 0$ sont : $x > 0$.
   (c) En déduire le tableau de signes de $\cosh' x$, puis le tableau de variations de cosh.
   (d) Donner les extremums de la fonction cosinus hyperbolique, en précisant si ce sont des extremums globaux ou locaux, et pour quelle abscisse ils sont atteints.

Exercice 3.

1. *Remarque : Cette question ressemble énormément à l'exercice 2, mais est un peu plus difficile car aucune indication n'est donnée.*
   On définit sur $\mathbb{R}$ le sinus hyperbolique sinh par l'expression :
   $$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$$
   (a) À l'aide de la calculatrice, tracer l'allure de la courbe de sinh.
   (b) Dresser le tableau de signes de sinh.
   (c) À l'aide de la dérivée, dresser le tableau de variations de sinh.
   Remarque 1 : En étant astucieux ou astucieuse, cette question peut aussi être résolue sans la dérivée.
   Remarque 2 : En étant astucieux ou astucieuse, on pourra réutiliser des résultats de l'exercice 2, à partir de la question 3a.
2. *Remarque : Cette question ressemble énormément à l'exercice 2, mais est bien plus difficile, car la dérivée est plus compliquée à obtenir et beaucoup plus compliquée à étudier.*
   On définit sur $\mathbb{R}$ la tangente hyperbolique tanh par le expression :
   $$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$
   (a) À l'aide de la calculatrice, tracer l'allure de la courbe de tanh.
   (b) Dresser le tableau de signes de tanh.
   (c) À l'aide de la dérivée, dresser le tableau de variations de tanh.