

*Le sujet est peut-être un peu long. Faites en autant que possible ; tant pis si vous ne faites pas tout (mais faites de votre mieux).*

**Exercice 1** (Culture générale). Citez une œuvre d'art mathématique (musique, poésie, théâtre, peinture, sculpture, danse, etc.).

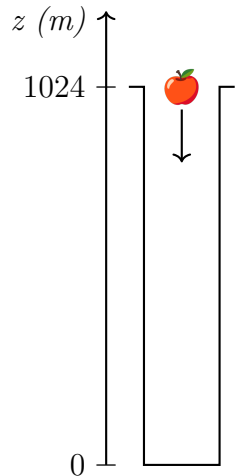
**Exercice 2** (Application à la physique).

*Remarque : Si cette méthode fonctionne en théorie pour déterminer la valeur de  $g$ , elle est très peu précise, et il a toujours existé d'autres manières plus précises pour déterminer  $g$ .*

Isaac voudrait déterminer la valeur de  $g$ , intensité de la pesanteur, chez lui. Pour cela, il lâche une pomme du haut du puits d'une mine à Pendleton (Grande-Bretagne), haut de 1 024 m, et chronomètre son temps de chute.

L'altitude de la pomme est mesurée à partir du fond du puits : elle est de 0 m au fond, et 1 024 m en haut.

Isaac sait que cette altitude en fonction du temps est un polynôme de la forme  $z : t \mapsto at^2 + bt + c$ , où  $t$  est le temps de chute. Par exemple,  $z(0)$  est l'altitude initiale, et  $z(3)$  est l'altitude après trois secondes de chute. Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $c$ , pour en déduire la valeur de l'intensité de la pesanteur  $g$ .



- (1) Combien vaut l'altitude initiale  $z(0)$  ? En déduire que  $c = 1024$ .
- (2) La vitesse  $v$  de la chute est égale à la dérivée de la fonction  $z$ . Par exemple,  $v(2) = z'(2)$  est la vitesse de la pomme après deux secondes de chute.
  - (a) Dériver  $z$ , et en déduire l'expression de  $v$  en fonction de  $a$  et  $b$ .
  - (b) Quelle est la vitesse initiale ? En déduire que  $b = 0$ .
  - (c) Exprimer  $z$  et  $v$  en fonction de  $a$  et  $t$ .
- (3) Isaac, aidé de Gottfried, a mesuré que la chute a duré 14,5 s. Traduire cette information par une équation, et montrer que  $a = -4,87$ .
- (4) Calculer la dérivée de  $v$  ; c'est une constante égale à  $-g$ . Conclure en déterminant la valeur de  $g$ .

*Bonus : Quelle est l'unité de  $g$  ?*

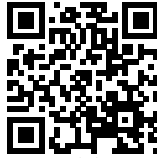
**Exercice 3** (Démonstrations).

Trois démonstrations de propriétés du cours sont au programme : (i) la dérivée de la fonction  $x \mapsto \frac{1}{x}$  est  $x \mapsto -\frac{1}{x^2}$  ; (ii) la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0 ; (iii) la dérivée du produit de deux fonctions  $u$  et  $v$  est  $(uv)' = u'v + v'u$ .

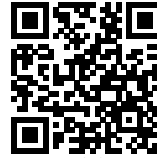
1. Regardez les trois vidéos suivantes.



<https://youtu.be/rQ1XfMN5pdk>



<https://youtu.be/N5wn0oLDrjo>



<https://youtu.be/PI4A8TLGnxE>

2. Choisissez *une* des trois vidéos, et rédigez la démonstration au propre sur votre copie, avec vos propres mots.  
Dans l'idéal, vous regardez la vidéo, autant que nécessaire pour la comprendre, puis vous éteignez votre ordinateur ou téléphone, et vous essayez de reproduire la démonstration sur votre copie, sans aide.