Faire l'un des deux menus suivants :

Menu 1 (moins difficile) : *Exercices 1, 2, 3.*
Menu 2 (plus difficile) : *Exercices 1, 2, 4.*

Exercice 1 (Culture générale)**.** Citer un mathématicien ou une mathématicienne, et dire en deux ou trois phrases pourquoi cette personne est connue.

Exercice 2. Dans cet exercice, on souhaite prouver que la fonction carré est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$.

1. Lire et comprendre le raisonnement suivant, qui prouve que la fonction carré est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$. Il n'y a rien à écrire sur votre copie pour cette question.

   > Soient a et b deux nombres positifs, tels que $a < b$. Alors : $a - b < 0$.
   > Or, puisque a et b sont tous deux positifs, alors $a + b$ est positif, donc on peut multiplier à gauche et à droite sans changer le sens de l'inégalité $a - b < 0$. Donc :
   > $$\begin{aligned}(a+b)(a-b) &< 0 \times (a+b)\\ a^2 - b^2 &< 0\\ a^2 &< b^2\end{aligned}$$
   > Donc quels que soient les nombres positifs a et b, si $a < b$, alors $a^2 < b^2$: donc la fonction carré est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$.

2. En utilisant un raisonnemnt *très* similaire, prouver que la fonction carré est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$. Votre démonstration doit ressembler énormément à la précédente, mais commencer par (les différences avec la conclusion précédente sont écrites en gras) :

   > Soient a et b deux nombres **négatifs**, tels que $a < b$.

   et se terminer par :

   > Donc quels que soient les nombres **négatifs** a et b, si $a < b$, alors $\boldsymbol{a^2 > b^2}$: donc la fonction carré est strictement **décroissante** sur $\mathbb{R}^+$.

Exercice 3. On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f : x \mapsto |x+1| - |2x-2|.$$

L'objet de l'exercice est de tracer la courbe représentative de cette fonction, ainsi que son tableau de variations.

0. Préparer un repère orthogonal, allant de -2 à 5 en abscisses, et de -5 à 2 en ordonnée.
1. Dresser le tableau de signes des fonctions affines $x \mapsto x+1$ et $x \mapsto 2x-2$.
2. *Premier cas :* $x \leqslant -1$
   (a) Montrer que si $x \leqslant -1$, alors $|x+1| = -x-1$ et $|2x-2| = -2x+2$.
   (b) En déduire que pour $x \leqslant -1$, $f(x) = x-3$.
   (c) Quelles sont les variations de f pour $x \leqslant -1$?
   (d) Tracer la courbe de f sur le repère, pour $x \leqslant -1$.
3. *Deuxième cas :* $x \in [-1;1]$
   (a) En utilisant la même méthode qu'à la question précédente, montrer que pour $x \in [-1;1]$, on a $f(x) = 3x-1$.
   (b) En déduire les variations de f sur $[-1;1]$, et tracer sa courbe sur ce même intervalle.
4. *Troisième cas :* $x \geqslant 1$. En utilisant la même méthode, tracer la courbe de la fonction f pour $x \geqslant 1$, et déterminer ses variations sur ce même intervalle.
5. Conclure en dressant le tableau de variations de f sur $]-\infty;+\infty[$.

Exercice 4. Exercice 91 p. 66 du manuel.