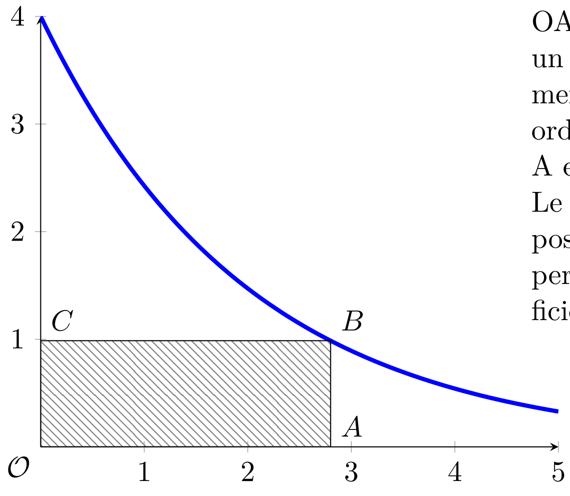
Exercice 1 (5 points). L'objet de l'exercice est de résoudre l'équation :

$$e^{5x} + e^{2x} - e^{3x} - 1 = 0$$

1. Montrer que résoudre l'équation revient à résoudre : $\left(e^{2x} - 1\right)\left(e^{3x} + 1\right) = 0$.
2. En déduire que l'équation revient à résoudre : $e^{2x} = 1$ ou $e^{3x} = -1$.
3. En déduire les solutions de l'équation de départ.

Exercice 2 (9 points). Un propriétaire souhaite construire un enclos rectangulaire sur son terrain.
Celui-ci est représenté ci-dessous dans un repère orthonormé, d'unité le mètre. Il est délimité par l'axe des abscisses, l'axe des ordonnées, la droite d'équation $x = 5$ et la courbe $\mathcal{C}_f$ représentative de la fonction f définie sur $[0\,;\,5]$ par

$$f(x) = 4\mathrm{e}^{-0,5x}.$$



L'enclos est représenté par le rectangle OABC où O est l'origine du repère et B un point de $\mathcal{C}_f$, A et C étant respectivement sur l'axe des abscisses et l'axe des ordonnées. On note x l'abscisse du point A et D le point de coordonnées $(5\,;\,0)$.
Le but de l'exercice est de déterminer la position du point A sur le segment [OD] permettant d'obtenir un enclos de superficie maximale.

1. Justifier que la superficie de l'enclos, en m^2, est donnée en fonction de x par $g(x) = 4x\mathrm{e}^{-0,5x}$ pour x dans l'intervalle $[0\,;\,5]$.
2. La fonction g est dérivable sur $[0\,;\,5]$. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle $[0\,;\,5]$, on a $g'(x) = (4 - 2x)\mathrm{e}^{-0,5x}$.
3. En déduire le tableau de variations de la fonction g sur $[0\,;\,5]$.
4. Où doit-on placer le point A sur [OD] pour obtenir une superficie d'enclos maximale ? Donner la superficie maximale possible en arrondissant le résultat au dm^2.