Exercice 1 (10 points). *Un pays fait face à une épidémie, pour laquelle un vaccin a finalement été développé. Mais de nombreuses personnes contestent son efficacité en faisant remarquer que, parmi les personnes hospitalisées pour cette maladie, près d'une sur deux a été vaccinée.*
On prend une personne au hasard dans la population, et on considère les évènements suivants :

— H *: la personne est hospitalisée à cause de la maladie.*

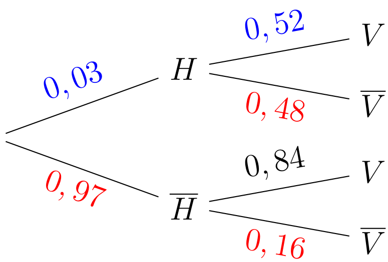
— V *: la personne est vaccinée.*

En utilisant des statistiques des hôpitaux, et celles des centres de vaccination, on sait que :

- *3% de la population est actuellement à l'hôpital à cause de cette maladie ;*
- *parmi les personnes hospitalisées des suites de cette maladie, 52% est vaccinée ;*
- *parmi les personnes qui ne sont pas hospitalisées à cause de cette maladie, 84% est vaccinée.*

Toutes les réponses seront arrondies à 10^{-4} *près.*

1. *Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.*
   Les valeurs en bleu sont tirées de l'énoncé, les valeurs en rouge ont été obtenues par des calculs.



2. *Décrire l'évènement* $H \cap V$ *et calculer sa probabilité.*

$H \cap V$ est l'évènement « la personne choisie est hospitalisée et vaccinée ». Sa probabilité est :

$$\begin{aligned} P(H \cap V) &= P(H) \times P_H(V) \\ &= 0,03 \times 0,52 \\ &= 0,0156 \end{aligned}$$

3. *Montrer que $P(V) = 0,8304$.*

$$\begin{aligned} P(V) &= P(V \cap H) + P\left(V \cap \overline{H}\right) \\ &= 0,0156 + P\left(\overline{H}\right) \times P_{\overline{H}}(V) \\ &= 0,0156 + 0,97 \times 0,84 \\ &= 0,8304 \end{aligned}$$

4. *En déduire $P_V(H)$.*

$$P_V(H) = \frac{P(V \cap H)}{P(V)} = \frac{0,0156}{0,8304} \approx 0,0188$$

5. *On admet que $P_{\overline{V}}(H) = 0,0849$. Le vaccin permet-il de réduire la probabilité d'une personne d'être hospitalisée à cause de cette maladie ? Justifier.*

   On a $P_{\overline{V}}(H) = 0,0846$ et $P_V(H) = 0,0188$, donc la probabilité pour une personne vaccinnée d'être hospitalisée est bien inférieure à la probabilité pour une personne non vaccinnée d'être hospitalisée. Donc le vaccin est efficace.

Exercice 2 (8 points). *Afin de lutter contre une chenille s'attaquant à une plante, on a développé un insecticide dont on cherche à évaluer l'efficacité. On a planté un grand nombre de ces plantes, dont certaines ont été traitées avec l'insecticide, et d'autres non. On a ensuite observé lesquelles étaient attaquées par la chenille.*
On connait les proportions suivantes :

- *Un quart des plantes ont été traitées avec l'insecticide.*
- *40% de l'ensemble des plantes ont été attaquées par la chenille.*
- *10% de l'ensemble des plantes ont été traitées avec l'insecticide et attaquées par la chenille.*

On choisit une plante au hasard, et on nomme les évènements suivants :

- *I : la plante a été traitée avec l'insecticide ;*
- *C : la plante a été attaquée par la chenille.*

1. *Recopier et compléter le talbeau ci-dessous.*

   Les valeurs en bleu sont tirées de l'énoncé, les valeurs en rouge ont été obtenues par des calculs.

	C	$\overline{C}$	Total
I	$0,1$	$0,15$	$0,25$
$\overline{I}$	$0,3$	$0,45$	$0,75$
Total	$0,4$	$0,6$	1

2. *Exprimer par une phrase, et calculer la probabilité $P_I(C)$.*

   $P_I(C)$ est la probabilité que la plante choisie soit attaquée par les chenilles, sachant qu'elle a été traitée à l'insecticide.

$$P_I(C) = \frac{P(I \cap C)}{P(I)} = \frac{0,1}{0,25} = 0,4$$

3. *Les évènements C et I sont-ils indépendants ? Justifier.*

   Puisque $P_I(C) = 0,4$, et $P(C) = 0,4$, alors $P_I(C) = P(C)$ et les évènements I et C sont indépendants.

4. *L'insecticide est-il efficace ? Justifier.*

   Les évènements I et C sont indépendants, donc le fait qu'il y ait ou non de l'insecticide n'a aucune influence sur la probabilité d'une plante de se faire attaquer par les chenilles : l'insecticide est inefficace.