

**Exercice 1** (10 points). *Un pays fait face à une épidémie, pour laquelle un vaccin a finalement été développé. Mais de nombreuses personnes contestent son efficacité en faisant remarquer que, parmi les personnes hospitalisées pour cette maladie, près d'une sur deux a été vaccinée. On prend une personne au hasard dans la population, et on considère les évènements suivants :*

- $H$  : la personne est hospitalisée à cause de la maladie.
- $V$  : la personne est vaccinée.

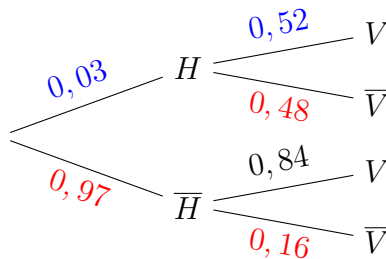
*En utilisant des statistiques des hôpitaux, et celles des centres de vaccination, on sait que :*

- 3% de la population est actuellement à l'hôpital à cause de cette maladie ;
- parmi les personnes hospitalisées des suites de cette maladie, 52% est vaccinée ;
- parmi les personnes qui ne sont pas hospitalisées à cause de cette maladie, 84% est vaccinée.

Toutes les réponses seront arrondies à  $10^{-4}$  près.

1. Recopier et compléter l'arbre de probabilités ci-dessous.

Les valeurs en **bleu** sont tirées de l'énoncé, les valeurs en **rouge** ont été obtenues par des calculs.



2. Décrire l'évènement  $H \cap V$  et calculer sa probabilité.

$H \cap V$  est l'évènement « la personne choisie est hospitalisée et vaccinée ». Sa probabilité est :

$$\begin{aligned} P(H \cap V) &= P(H) \times P_H(V) \\ &= 0,03 \times 0,52 \\ &= 0,0156 \end{aligned}$$

3. Montrer que  $P(V) = 0,8304$ .

$$\begin{aligned} P(V) &= P(V \cap H) + P(V \cap \bar{H}) \\ &= 0,0156 + P(\bar{H}) \times P_{\bar{H}}(V) \\ &= 0,0156 + 0,97 \times 0,84 \\ &= 0,8304 \end{aligned}$$

4. En déduire  $P_V(H)$ .

$$P_V(H) = \frac{P(V \cap H)}{P(V)} = \frac{0,0156}{0,8304} \approx 0,0188$$

5. On admet que  $P_{\bar{V}}(H) = 0,0849$ . Le vaccin permet-il de réduire la probabilité d'une personne d'être hospitalisée à cause de cette maladie ? Justifier.

On a  $P_{\bar{V}}(H) = 0,0846$  et  $P_V(H) = 0,0188$ , donc la probabilité pour une personne vaccinée d'être hospitalisée est bien inférieure à la probabilité pour une personne non vaccinée d'être hospitalisée. Donc le vaccin est efficace.

**Exercice 2** (8 points). Afin de lutter contre une chenille s'attaquant à une plante, on a développé un insecticide dont on cherche à évaluer l'efficacité. On a planté un grand nombre de ces plantes, dont certaines ont été traitées avec l'insecticide, et d'autres non. On a ensuite observé lesquelles étaient attaquées par la chenille.

On connaît les proportions suivantes :

- Un quart des plantes ont été traitées avec l'insecticide.
- 40% de l'ensemble des plantes ont été attaquées par la chenille.
- 10% de l'ensemble des plantes ont été traitées avec l'insecticide et attaquées par la chenille.

On choisit une plante au hasard, et on nomme les évènements suivants :

- $I$  : la plante a été traitée avec l'insecticide ;
- $C$  : la plante a été attaquée par la chenille.

1. Recopier et compléter le tableau ci-dessous.

Les valeurs en **bleu** sont tirées de l'énoncé, les valeurs en **rouge** ont été obtenues par des calculs.

	$C$	$\bar{C}$	Total
$I$	0,1	0,15	0,25
$\bar{I}$	0,3	0,45	0,75
Total	0,4	0,6	1

2. Exprimer par une phrase, et calculer la probabilité  $P_I(C)$ .

$P_I(C)$  est la probabilité que la plante choisie soit attaquée par les chenilles, sachant qu'elle a été traitée à l'insecticide.

$$P_I(C) = \frac{P(I \cap C)}{P(I)} = \frac{0,1}{0,25} = 0,4$$

3. Les évènements  $C$  et  $I$  sont-ils indépendants ? Justifier.

Puisque  $P_I(C) = 0,4$ , et  $P(C) = 0,4$ , alors  $P_I(C) = P(C)$  et les évènements  $I$  et  $C$  sont indépendants.

4. L'insecticide est-il efficace ? Justifier.

Les évènements  $I$  et  $C$  sont indépendants, donc le fait qu'il y ait ou non de l'insecticide n'a aucune influence sur la probabilité d'une plante de se faire attaquer par les chenilles : l'insecticide est inefficace.