

Faites les trois exercices, sachant que :

- l'exercice 2 est exactement le genre de problème que vous pourrez rencontrer en devoir.
- l'exercice 3 est plus abstrait, fait peut-être un peu plus peur, mais ne devrait pas être plus difficile.

**Exercice 1** (Humour). Faites moi rire : racontez une blague mathématique, imprimez un dessin d'humour mathématique, citez un jeu de mot mathématique, etc.

**Exercice 2** (D'après l'exercice 2 du sujet du sujet 1 d'E3C 2 — Première générale — Spécialité mathématiques). Une entreprise pharmaceutique fabrique un soin antipelliculaire. Elle peut produire entre 200 et 2 000 litres de produit par semaine. Le résultat (c'est-à-dire la somme d'argent gagnée (en positif), ou perdue (en négatif)), en dizaines de milliers d'euros, réalisé pour la production et la vente de  $x$  centaines de litres est donné par la fonction  $R$  définie par :

$$R(x) = (5x - 30)e^{-0,25x} \text{ pour tout réel } x \in [2; 20].$$

1. Calculer le résultat réalisé par la fabrication et la vente de 7 centaines de litres de produit. On l'arrondira à l'euro près.
2. Vérifier que pour la fabrication et la vente de 400 litres de produit, l'entreprise réalise un résultat négatif (appelé déficit).
3. Résoudre l'inéquation  $R(x) > 0$ , d'inconnue  $x$ . Interpréter dans le contexte de l'exercice.
4. Calculer l'expression de la dérivée  $R'$  de la fonction  $R$ .  
En déduire la quantité de produit que l'entreprise doit produire et vendre pour réaliser le résultat maximal.

**Exercice 3.** On appelle *cosinus hyperbolique* la fonction notée  $\cosh$ , et définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}.$$

1. Prouver que l'équation  $\cosh x = 0$  n'a pas de solutions.
2. L'objet de cette question est de déterminer les solutions de  $\cosh x = 1$ .
  - (a) Montrer que pour tout  $x \in \mathbb{R}$ , on a :  $\cosh' x = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ .
  - (b) Montrer que les solutions de  $\cosh' x > 0$  sont :  $x > 0$ .
  - (c) En déduire le tableau de signes de  $\cosh' x$ , puis le tableau de variations de  $\cosh$ .
  - (d) Combien l'équation  $\cosh x = 1$  a-t-elle de solutions ? Quelles sont leurs valeurs ?