

*Le sujet est peut-être un peu long. Faites en autant que possible ; tant pis si vous ne faites pas tout (mais faites de votre mieux).*

**Exercice 1** (Culture générale). Citez une avancée mathématique (nouveau théorème, nouvelle conjecture, nouveau problème, etc.) réalisée après votre naissance

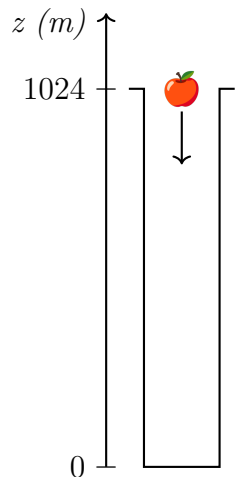
**Exercice 2** (Application à la physique).

*Remarque : Si cette méthode fonctionne en théorie pour déterminer la valeur de  $g$ , elle est très peu précise, et il a toujours existé d'autres manières plus précises pour déterminer  $g$ .*

Isaac voudrait déterminer la valeur de  $g$ , intensité de la pesanteur, chez lui. Pour cela, il lâche une pomme du haut du puits d'une mine à Pendleton (Grande-Bretagne), haut de 1 024 m, et chronomètre son temps de chute.

L'altitude de la pomme est mesurée à partir du fond du puits : elle est de 0 m au fond, et 1 024 m en haut.

Isaac sait que cette altitude en fonction du temps est un polynôme de la forme  $z : t \mapsto at^2 + bt + c$ , où  $t$  est le temps de chute. Par exemple,  $z(0)$  est l'altitude initiale, et  $z(3)$  est l'altitude après trois secondes de chute. Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de  $a$ ,  $b$  et  $c$ , pour en déduire la valeur de l'intensité de la pesanteur  $g$ .



- (1) Combien vaut l'altitude initiale  $z(0)$  ? En déduire que  $c = 1024$ .
- (2) La vitesse  $v$  de la chute est égale à la dérivée de la fonction  $z$ . Par exemple,  $v(2) = z'(2)$  est la vitesse de la pomme après deux secondes de chute.
  - (a) Dériver  $z$ , et en déduire l'expression de  $v$  en fonction de  $a$  et  $b$ .
  - (b) Quelle est la vitesse initiale ? En déduire que  $b = 0$ .
  - (c) Exprimer  $z$  et  $v$  en fonction de  $a$  et  $t$ .
- (3) Isaac, aidé de Gottfried, a mesuré que la chute a duré 14,5 s. Traduire cette information par une équation, et montrer que  $a = -4,87$ .
- (4) Calculer la dérivée de  $v$  ; c'est une constante égale à  $-g$ . Conclure en déterminant la valeur de  $g$ . *Bonus* : Quelle est l'unité de  $g$  ?

**Exercice 3** (Démonstrations).

Trois démonstrations de propriétés du cours sont au programme : (i) la dérivée de la fonction  $x \mapsto \frac{1}{x}$  est  $x \mapsto -\frac{1}{x^2}$ ; (ii) la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0; (iii) la dérivée du produit de deux fonctions  $u$  et  $v$  est  $(uv)' = u'v + v'u$ .

1. Regardez les trois vidéos suivantes.



<https://youtu.be/rQ1XfMN5pdk>



<https://youtu.be/N5wn0oLDrjo>



<https://youtu.be/PI4A8TLGnxE>

2. Choisissez *une* des trois vidéos, et rédigez la démonstration au propre sur votre copie, avec vos propres mots.