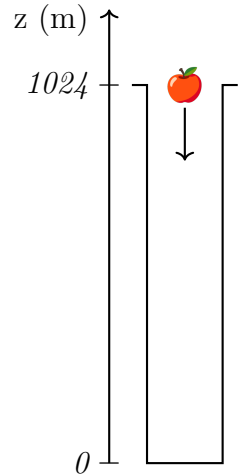


Exercice 1 (Application à la physique).

Isaac voudrait déterminer la valeur de g , intensité de la pesanteur, chez lui. Pour cela, il lâche une pomme du haut du puits d'une mine à Pendleton (Grande-Bretagne), haut de 1024 m, et chronomètre son temps de chute.

L'altitude de la pomme est mesurée à partir du fond du puits : elle est de 0 m au fond, et 1024 m en haut.

Isaac sait que cette altitude en fonction du temps est un polynôme de la forme $z : t \mapsto at^2 + bt + c$, où t est le temps de chute. Par exemple, $z(0)$ est l'altitude initiale, et $z(3)$ est l'altitude après trois secondes de chute. Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de a , b et c , pour en déduire la valeur de l'intensité de la pesanteur g .



- (1) Combien vaut l'altitude initiale $z(0)$? En déduire que $c = 1024$.

Au départ, la pomme est au sommet du puit, donc $z(0) = 1024$.

En utilisant l'expression de z , on trouve que :

$$z(0) = a \times 0^2 + b \times 0 + c = c$$

Donc $\boxed{c=1024}$.

- (2) La vitesse v de la chute est égale à la dérivée de la fonction z . Par exemple, $v(2) = z'(2)$ est la vitesse de la pomme après deux secondes de chute.

- (a) Dériver z , et en déduire l'expression de v en fonction de a et b .

Puisque z est un polynôme, on a : $z'(t) = 2at + b$. Donc

$$\boxed{v(t) = z'(t) = 2at + b}$$

- (b) Quelle est la vitesse initiale ? En déduire que $b = 0$.

La pomme est lâchée du sommet (et non pas lancée, vers le bas ou vers le haut), donc sa vitesse initiale est nulle :

$$v(0) = 0. \text{ Or } v(0) = 2a \times 0 + b = b. \text{ Donc } \boxed{b = 0}.$$

(c) *Exprimer z et v en fonction de a et t .*

Puisque, d'après la question précédente, $b = 0$, alors :

$$v(t) = 2at$$

$$z(t) = at^2 + 1024$$

(3) *Isaac, aidé de Gottfried, a mesuré que la chute a duré 14,5s. Traduire cette information par une équation, et montrer que $a = -4,87$.*

La chute s'arrête lorsque la pomme atteint le fond du puits, c'est-à-dire quand $z(t) = 0$. Donc, $z(14,5) = 0$, et $a \times 14,5^2 + 1024 = 0$.
Donc $a = -\frac{1024}{14,5^2} \approx -4,87$.

(4) *Calculer la dérivée de v ; c'est une constante égale à $-g$. Conclure en déterminant la valeur de g . Bonus : Quelle est l'unité de g ?*
Puisque v est une fonction affine, sa dérivée est :

$$v'(t) = 2a \approx 2 \times (-4,87) \approx -9,74.$$

Donc $-g \approx -9,74$, et $\boxed{g \approx 9,74}$.

Bonus : La constante g calculée est l'intensité de la pesanteur, dont l'unité est $N.kg^{-1}$ ou $m.s^{-2}$.