*Faire l'un des deux menus suivants :*

**Menu 1 (moins difficile) :** *Exercices 1, 2, 3.*
**Menu 2 (plus difficile) :** *Exercices 1, 2, 4.*

**Exercice 1** (Culture générale)**.** Citer un mathématicien ou une mathématicienne, et dire en deux ou trois phrases pourquoi cette personne est connue.

**Exercice 2.** Dans cet exercice, on souhaite prouver que la fonction carré est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$ et strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$.

1. Lire et comprendre le raisonnement suivant, qui prouve que la fonction carré est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$. Il n'y a rien à écrire sur votre copie pour cette question.

   Soient $a$ et $b$ deux nombres positifs, tels que $a < b$. Alors :

   $$\begin{aligned} a &< b \\ a - b &< 0 \end{aligned}$$

   Or, puisque $a$ et $b$ sont tous deux positifs, alors $a + b$ est positif, donc on peut multiplier à gauche et à droite sans changer le sens de l'inégalité. Donc :

   $$\begin{aligned} (a+b)(a-b) &< 0 \times (a+b) \\ a^2 - b^2 &< 0 \\ a^2 &< b^2 \end{aligned}$$

   Donc quels que soient les nombres positifs $a$ et $b$, si $a < b$, alors $a^2 < b^2$ : donc la fonction carré est strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$.

2. En utilisant un raisonnemnt *très* similaire, prouver que la fonction carré est strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$.

**Exercice 3.** On considère la fonction $f$ définie sur $\mathbb{R}$ par $f : x \mapsto |x+1| - |2x-2|$.
L'objet de l'exercice est de tracer la courbe représentative de cette fonction, ainsi que son tableau de variations.

0. Préparer un repère orthogonal, allant de $-2$ à $5$ en abscisses, et de $-5$ à $2$ en ordonnée.
1. Dresser le tableau de signes des fonctions affines $x \mapsto x+1$ et $x \mapsto 2x-2$.
2. *Premier cas : $x \leqslant -1$*
   (a) Montrer que si $x \leqslant -1$, alors $|x+1| = -x-1$ et $|2x-2| = -2x+2$.
   (b) En déduire que pour $x \leqslant -1$, $f(x) = x-3$.
   (c) Quelles sont les variations de $f$ pour $x \leqslant -1$ ?
   (d) Tracer la courbe de $f$ sur le repère, pour $x \leqslant -1$.
3. *Deuxième cas : $x \in [-1; 1]$*
   (a) En utilisant la même méthode qu'à la question précédente, montrer que pour $x \in [-1; 1]$, on a $f(x) = 3x-1$.
   (b) En déduire les variations de $f$ sur $[-1; 1]$, et tracer sa courbe sur ce même intervalle.
4. *Troisième cas : $x \geqslant 1$.* En utilisant la même méthode, tracer la courbe de la fonction $f$ pour $x \geqslant 1$, et déterminer ses variations sur ce même intervalle.
5. Conclure en dressant le tableau de variations de $f$ sur $]-\infty; +\infty[$.

**Exercice 4.** Exercice 91 p. 66 du manuel.