Exercice 1 (6 points)**.** Une entreprise fabrique des jeux en bois. Avant sa commercialisation, chaque jeu est soumis à deux contrôles : un contrôle de peinture et un contrôle de solidité.
Après un très grand nombre de vérifications, on constate que :

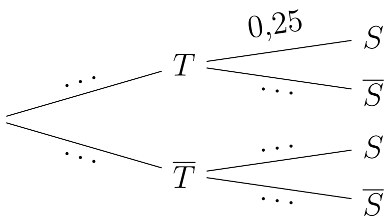
- 8 % des jeux ont un défaut de peinture ;
- parmi les jeux qui n'ont pas de défaut de peinture, 5 % ont un défaut de solidité ;
- 2 % des jeux présentent les deux défauts.

On choisit au hasard un jeu parmi ceux fabriqués par l'entreprise. On note :

— T l'évènement : « le jeu a un défaut de peinture » ;

— S l'évènement : « le jeu a un défaut de solidité ».

1. Recopier et compléter l'arbre pondéré de probabilité ci-contre traduisant les données de l'énoncé.



2. Démontrer que la probabilité que le jeu choisi au hasard n'ait pas de défaut de solidité est égale 0,934.
3. Les jeux qui présentent un défaut de solidité sont détruits. Dans cette question, on leur attribuera un prix de vente de 0 €. Les jeux ne présentant aucun défaut sont vendus 14 € chacun. Les autres jeux sont vendus 9 € chacun.

   On note X la variable aléatoire qui donne le prix de vente, en euros, d'un jeu.

   (a) Recopier et compléter le tableau ci-dessous donnant, pour chaque valeur x_i de X , la probabilité de l'évènement $\{X = x_i\}$.

x_i	0	9	14
$P(X = x_i)$			

   (b) Quel est le prix de vente moyen d'un jeu fabriqué par cette entreprise ? On arrondira le résultat au centime d'euro.

Exercice 2 (5 points)**.** Une autrice vous demande de l'aide pour concevoir son nouveau jeu de société, asymétrique, qui oppose deux joueurs : un loup et un renard.

À un moment, le loup peut payer un jeton au renard pour lancer un dé équilibré à vingt faces. S'il obtient :

- 5 ou moins : il ne se passe rien ;
- entre 6 et 15 : il donne un autre jeton au renard ;
- entre 16 et 19 : le renard lui donne quatre jetons ;
- 20 : le renard lui donne un nombre de jetons x à déterminer.

On nomme X la variable aléatoire qui correspond au gain algébrique du loup, en nombre de jetons. L'autrice souhaite que cette expérience soit équitable, c'est-à-dire que l'espérance de X soit nulle.

1. Recopier et compléter la loi de probabilités suivante.

   Justifiez rigoureusement les valeurs de la première colonne, et donnez les autres valeurs sans justifier.

x_i	-1	-2	3	$x-1$
$P(X = x_i)$				

2. Montrer que l'affirmation « L'espérance est nulle » est équivalente à l'équation :
$$\frac{x-14}{20} = 0$$
3. En déduire la réponse au problème posé : Combien de jetons le renard doit-il donner au loup si ce dernier obtient 20 au dé, pour que le jeu soit équitable ?