Exercice 1 (Inéquation)**.** L'objet de l'exercice est de résoudre l'inéquation suivante.

$$2x^3 - 4x^2 - 10x - 24 \geqslant 0$$

C'est une inéquation du troisième degré, sans factorisation évidente, donc nous ne connaissons pas de méthode générale pour la résoudre.
On pose $f : x \mapsto 2x^3 - 4x^2 - 10x - 24$.

1. En utilisant la dérivée, montrez que le tableau de variations de f est le suivant.

x	$-\infty$		$\frac{2-\sqrt{19}}{3}$		$\frac{2+\sqrt{19}}{3}$		$+\infty$
f		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$	

2. Complétez, sur le tableau précédent, les valeurs approchées des extremums de f (avec une précision qui vous semble pertinente).
3. Calculez $f(4)$.
4. En déduire les solutions de l'inéquation.

Exercice 2 (Optimisation)**.** On définit sur $\mathbb{R}$ la fonction f par $f(x) = \frac{1+x}{1+x^2}$.
L'objet de l'exercice est de déterminer ses extremums.

1. Montrez que pour tout x de son domaine de définition, on a :

$$f'(x) = \frac{-x^2 - 2x + 1}{\left(1 + x^2\right)^2}$$

2. Recopiez et complétez le tableau de signes suivant, en justifiant.

x	$-\infty$ $\qquad\qquad$ $+\infty$
$-x^2 - 2x + 1$	
$\left(1 + x^2\right)^2$	
$f'(x) = \frac{x^2+2x-1}{\left(1+x^2\right)^2}$	

3. En déduire le tableau de variations de f (n'oubliez pas de calculer la valeur des extremums, arrondies au dixième).
4. Donnez les extremums de f, en précisant pour quelles valeurs de x ils sont atteints, ainsi que s'il s'agit d'extremums locaux ou globaux.

Exercice 3 (Un chouïa au delà de ce que je peux vous demander en devoir)**.** L'objet de l'exercice est d'écrire une fonction en Python qui donne les variations des fonctions homographiques de la forme $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$ (avec $c \neq 0$ et $ad - bc \neq 0$).
Soit f une telle fonction.

1. Quel est le domaine de définition de f ?
2. Montrez que pour tout x de son domaine de définition, on a :

$$f'(x) = \frac{ad - bc}{(cx + d)^2}$$

3. Dressez le tableau de signes de f' ainsi que le tableau de variations de f.
   ⚠️ Attention : Il y a deux cas possibles.
4. Complétez la fonction Python suivante, qui affiche (en une phrase) les variations de f, en fonction des paramètres a, b, c, d de f.
   ⚠️ Attention : la phrase affichée dans cette ébauche de fonction n'est qu'un exemple, et sera probablement réécrite entièrement.

```
def variations_homographiques(a, b, c, d):
    if ...:
        print("La fonction f est croissante/
           décroissante sur ..., puis croissante/
           décroissante sur ..., puis...")
    else:
        ...
```