

Le sujet est peut-être un peu long. Faites en autant que possible ; tant pis si vous ne faites pas tout (mais faites de votre mieux).

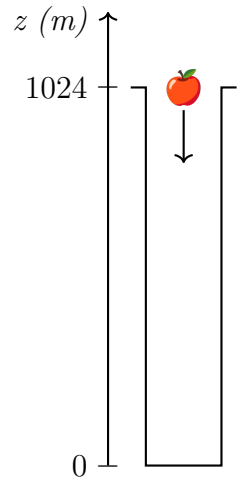
Exercice 1 (Application à la physique).

Remarque : Si cette méthode fonctionne en théorie pour déterminer la valeur de g , elle est très peu précise, et il a toujours existé d'autres manières plus précises pour déterminer g .

Isaac voudrait déterminer la valeur de g , intensité de la pesanteur, chez lui. Pour cela, il lâche une pomme du haut du puits d'une mine à Pendleton (Grande-Bretagne), haut de 1024 m, et chronomètre son temps de chute.

L'altitude de la pomme est mesurée à partir du fond du puits : elle est de 0 m au fond, et 1024 m en haut.

Isaac sait que cette altitude en fonction du temps est un polynôme de la forme $z : t \mapsto at^2 + bt + c$, où t est le temps de chute. Par exemple, $z(0)$ est l'altitude initiale, et $z(3)$ est l'altitude après trois secondes de chute. Le but de l'exercice est de déterminer les valeurs de a , b et c , pour en déduire la valeur de l'intensité de la pesanteur g .



- (1) Combien vaut l'altitude initiale $z(0)$? En déduire que $c = 1024$.
- (2) La vitesse v de la chute est égale à la dérivée de la fonction z . Par exemple, $v(2) = z'(2)$ est la vitesse de la pomme après deux secondes de chute.
 - (a) Dériver z , et en déduire l'expression de v en fonction de a et b .
 - (b) Quelle est la vitesse initiale ? En déduire que $b = 0$.
 - (c) Exprimer z et v en fonction de a et t .
- (3) Isaac, aidé de Gottfried, a mesuré que la chute a duré 14,5 s. Traduire cette information par une équation, et montrer que $a = -4,87$.
- (4) Calculer la dérivée de v ; c'est une constante égale à $-g$. Conclure en déterminant la valeur de g . *Bonus : Quelle est l'unité de g ?*

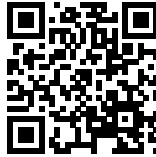
Exercice 2 (Démonstrations).

Trois démonstrations de propriétés du cours sont au programme : (i) la dérivée de la fonction $x \mapsto \frac{1}{x}$ est $x \mapsto -\frac{1}{x^2}$; (ii) la fonction racine carrée n'est pas dérivable en 0 ; (iii) la dérivée du produit de deux fonctions u et v est $(uv)' = u'v + v'u$.

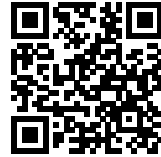
1. Regardez les trois vidéos suivantes.



<https://youtu.be/rQ1XfMN5pdk>



<https://youtu.be/N5wn0oLDrjo>



<https://youtu.be/PI4A8TLGnxE>

2. Choisissez *une* des trois vidéos, et rédigez la démonstration au propre sur votre copie, avec vos propres mots.

Exercice 3 (Culture générale). Citez un problème ouvert en mathématiques (c'est-à-dire un problème que personne au monde ne sait résoudre).

