

**Exercice 1** (8 points — D'après le sujet d'EC n° 15). Une entreprise produit du tissu. Le coût total de production (en €) de l'entreprise est modélisé par la fonction

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750$$

où  $x$  est la longueur de tissu fabriqué exprimée en kilomètre,  $x$  étant compris entre 0 et 10.

Chaque kilomètre de tissu est vendu 680 €.

On note  $B(x)$  le résultat de l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de production, pour la vente de  $x$  kilomètres de tissu.

1. Quel est le résultat de l'entreprise pour la vente de 3 kilomètres de tissu ?
2. Montrer que :  $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 750$ .
3. Donner une expression de  $B'(x)$ , où  $B'$  est la fonction dérivée de la fonction  $B$ .
4. Dresser le tableau de signes de  $B'(x)$  sur  $[0; 10]$  puis le tableau de variations de la fonction  $B$ .
5. Combien de kilomètres de tissu l'entreprise doit-elle produire afin d'obtenir un résultat maximal ?

**Exercice 2** (5 points). Le but de l'exercice est de résoudre l'équation  $\frac{x^3+3}{x+1} > 2$ . On définit sur  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  (tous les nombres réels sauf  $-1$ ) la fonction  $f$  par :

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$$

1. Montrer que pour tout  $x$  de son domaine de définition, on a :

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$$

On détermine le signe de la dérivée  $f'$  à l'aide d'un logiciel de calcul formel :

résoudre $((x^2 + 2x - 3)/((x + 1)^2) \geq 0)$
$x \in ]-\infty; -3] \cup [1; +\infty[$

2. Dresser le tableau de variations de  $f$ .
3. En déduire les solutions de l'inéquation de départ.