

Exercice 1 (8 points — D'après le sujet d'EC n° 15). Une entreprise produit du tissu. Le coût total de production (en €) de l'entreprise est modélisé par la fonction

$$C(x) = 15x^3 - 120x^2 + 500x + 750$$

où x est la longueur de tissu fabriqué exprimée en kilomètre, x étant compris entre 0 et 10.

Chaque kilomètre de tissu est vendu 680 €.

On note $B(x)$ le résultat de l'entreprise, c'est-à-dire la différence entre la recette et le coût de production, pour la vente de x kilomètres de tissu.

1. Quel est le résultat de l'entreprise pour la vente de 3 kilomètres de tissu ?
2. Montrer que : $B(x) = -15x^3 + 120x^2 + 180x - 750$.
3. Donner une expression de $B'(x)$, où B' est la fonction dérivée de la fonction B .
4. Dresser le tableau de signes de $B'(x)$ sur $[0; 10]$ puis le tableau de variations de la fonction B .
5. Combien de kilomètres de tissu l'entreprise doit-elle produire afin d'obtenir un résultat maximal ?

Exercice 2 (5 points). Le but de l'exercice est de résoudre l'équation $\frac{x^3+3}{x+1} > 2$. On définit sur $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ (tous les nombres réels sauf -1) la fonction f par :

$$f(x) = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$$

1. Montrer que pour tout x de son domaine de définition, on a :

$$f'(x) = \frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 1)^2}$$

On détermine le signe de la dérivée f' à l'aide d'un logiciel de calcul formel :

résoudre $((x^2 + 2x - 3)/((x + 1)^2) \geq 0)$
$x \in]-\infty; -3] \cup [1; +\infty[$

2. Dresser le tableau de variations de f .
3. En déduire les solutions de l'inéquation de départ.