

- Ce sujet est trop long pour être fait en une heure.
- L'exercice 4 est malheureusement 😞 trop compliqué pour un devoir : la principale chose à savoir faire (dans cet exercice) est la trigonométrie de collègue (dans un triangle rectangle).
- Pour les trinômes du second degré, il faut savoir déterminer les racines (je ne vous interrogerai pas sur les tableaux de signe ou la factorisation).
- Le reste des exercices est du même genre que ceux que vous aurez en devoir (en particulier, il y aura des exercices très similaires aux exercices marqués d'une étoile ★).

**Exercice 1** (★). Les questions sont indépendantes.

1. Convertir en degrés la mesure d'angle  $\frac{7\pi}{36}$ .
2. Convertir en radians la mesure d'angle  $270^\circ$ .
3. Donner un nombre  $x$  tel que :  $\sin x = -\frac{1}{2}$  et  $\cos x \geq 0$ .

**Exercice 2** (★). On admet que  $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$ , et on souhaite calculer la valeur exacte de :  $\sin \frac{\pi}{12}$ .

1. Montrer que :  $\sin^2 \left( \frac{\pi}{12} \right) = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$  (la simplification de la grosse fraction avec carrés et racines carrés pourra être faite à la calculatrice).
2. En utilisant le cercle trigonométrique, justifier que :  $\sin \frac{\pi}{12} \geq 0$ .
3. En déduire la valeur exacte de :  $\sin \frac{\pi}{12}$  (ne pas simplifier l'expression obtenue).

**Exercice 3.** On considère les fonctions définies sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f : x \mapsto 2x^2 - 2x + 1 \\ g : x \mapsto x^2 + 4x - 1 \end{cases}$$

On cherche à déterminer les coordonnées des (éventuels) points d'intersection des courbes des deux fonctions.

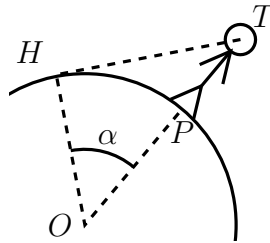
Soit  $M(x; y)$  un point d'intersection des deux courbes.

1. Justifier que :  $f(x) = g(x)$ .
2. En déduire que :  $x^2 - 6x + 2 = 0$ .
3. Résoudre l'équation précédente.
4. Quelles sont les coordonnées des points d'intersection des deux courbes ?

**Exercice 4.** Une personne se tient au bord de la mer (à une altitude de 0 m), et regarde l'horizon. Le but de l'exercice est de déterminer à quelle distance se situe l'horizon.

La situation est modélisée par la figure ci-dessous (qui n'est évidemment pas à l'échelle), où :  $O$  est le centre de la Terre (considérée ici comme une sphère de rayon 6 371 km) ;  $\mathcal{C}$  est le cercle représentant la Terre ;  $H$  est l'horizon, vu par la personne ;  $Y$  est les yeux de la personne (situés à deux mètres du sol) ;  $P$  est ses pieds (au niveau du sol) ;  $\alpha$  la mesure de l'angle formé entre la personne et l'horizon.

La distance de l'horizon est donc la longueur de l'arc  $\widehat{HP}$ .



Dans cet exercice, toutes les longueurs considérées sont en kilomètres, et seront arrondies à l'unité.

1. Calculer le périmètre de la Terre (c'est-à-dire le périmètre du cercle  $\mathcal{C}$ ).
2. On admet que la droite  $(TH)$  est tangente au cercle. Justifier alors que l'angle  $\widehat{OHT}$  est droit.

Le triangle  $OHT$  est donc un triangle rectangle, de côtés  $OH = 6371$  et  $OT = 6371,002$ .

3. Montrer que, arrondi au millionnième de radians, l'angle  $\alpha$  mesure 0,000792.
4. On admet que la longueur de l'arc d'un cercle est proportionnelle à l'angle intercepté par cet arc. Compléter le tableau de proportionnalité suivant pour calculer la longueur de l'arc  $\widehat{HP}$ , et en déduire la distance de l'horizon.

Angle	$2\pi$	0,000792
Longueur de l'arc	...	...