Exercice 1 (7 points)**.** On joue au jeu suivant. On choisit un nombre entre 1 et 6, et on lance trois fois un dé équilibré à six faces. Si ce nombre sort trois fois, on gagne 3€. S'il ne sort que deux fois, on gagne 2€. S'il ne sort qu'une fois, on gagne 1€. Et s'il ne sort pas, on perd 1€.

1. *Sur un seul lancer de dé,* on note G l'évènement : « On a obtenu le numéro choisi. ». Calculer $P(G)$ et $P(\overline{G})$.

On note X la variable aléatoire comptabilisant le nombre de fois où, sur les trois lancers, le nombre choisi est sorti.

2. Dresser un arbre de probabilité modélisant la situation.
3. Recopier et compléter la loi de probabilité suivante.

x_i	0	1	2	3
$P(X=x_i)$	$\dfrac{125}{216}$			$\dfrac{1}{216}$

4. Quel est le gain moyen à ce jeu ?

Exercice 2 (8 points). *D'après le sujet d'E3C n° 43, mai 2020.*
Un parent d'élèves propose un jeu pour la fête de l'école.
Une urne opaque contient 100 billes indiscernables au toucher : 10 billes rouges, 30 billes blanches et 60 billes vertes.
Pour une partie, chaque joueur doit miser 2 jetons. Ensuite, le joueur prélève une bille au hasard dans l'urne.

— Si la bille prélevée est rouge, le joueur récupère 8 jetons.

— Si la bille est blanche, le joueur récupère 4 jetons.

— Si la bille est verte, le joueur ne gagne rien.

On note X la variable aléatoire égale au gain algébrique du joueur en nombre de jetons, c'est-à-dire, le nombre de jetons gagnés diminué de la mise.

1. (a) Établir que la loi de probabilité de X est donnée par :

Valeurs a prises par X	-2	2	6
$P(X = a)$	0,6	0,3	0,1

   (b) Démontrer que le jeu est équitable, c'est-à-dire que l'espérance de X est nulle.

   (c) Calculer la variance puis l'écart-type de X . On arrondira au centième.

2. Pour financer les différentes actions de l'école, les organisateurs de la fête veulent modifier le jeu pour qu'il leur devienne favorable. Ils décident alors d'ajouter des billes vertes dans l'urne. Combien de billes vertes doit-on ajouter dans l'urne pour que l'espérance du jeu soit égale à -1 ?