

Exercice 1. *Note historique : Il fut un temps, pas si lointain, où un abonnement de téléphone portable n'était illimité ni pour la durée de communication, ni pour le nombre de SMS.*

Un opérateur de téléphonie mobile souhaite réaliser une enquête auprès de ses abonnés. Pour les inciter à répondre, il propose aux participants un tirage au sort, dans lequel ils peuvent gagner 30 minutes de communication une fois sur six, 20 minutes une fois sur trois et 10 minutes sinon.

On appelle X la variable aléatoire prenant pour valeur le nombre de minutes gagnées.

1. Donner la loi de probabilité de X , sous la forme d'un tableau.
2. Calculer $P(X \geq 20)$.
3. Calculer l'espérance et l'écart-type de la variable aléatoire X .
4. Que représente cette espérance ?

Exercice 2. Une urne contient 2 boules rouges et 8 blanches. Un joueur pioche deux boules dans l'urne, l'une après l'autre, sans remise. Il gagne ensuite :

- si les deux boules sont blanches : 2€ ;
- si les deux boules sont de couleur différente : 5€ ;
- si les deux boules sont rouges : une certaine somme d'argent a .

On appelle X la variable aléatoire correspondant à la somme d'argent gagnée à ce jeu.

1. Représenter la situation par un arbre de probabilités.
2. Montrer que la loi de probabilité de X est :

$$\begin{array}{c|ccc} x_i & 2 & 5 & a \\ \hline P(X = x_i) & 28/45 & 16/45 & 1/45 \end{array}$$

3. On dit que le jeu est équitable si l'espérance est nulle. Déterminer (à un centime près) la somme d'argent a pour que le jeu soit équitable.