Exercice 1 (6 points)**.** On admet que $\cos \frac{9\pi}{5} = \frac{1+\sqrt{5}}{4}$, et on souhaite calculer la valeur exacte de $\sin \frac{9\pi}{5}$.

1. Montrer que $\sin^2\left(\frac{9\pi}{5}\right) = \frac{5-\sqrt{5}}{8}$.
2. En utilisant le cercle trigonométrique, justifier que $\sin \frac{9\pi}{5} \leqslant 0$.
3. En déduire la valeur exacte de $\sin \frac{9\pi}{5}$ (ne pas simplifier l'expression obtenue).

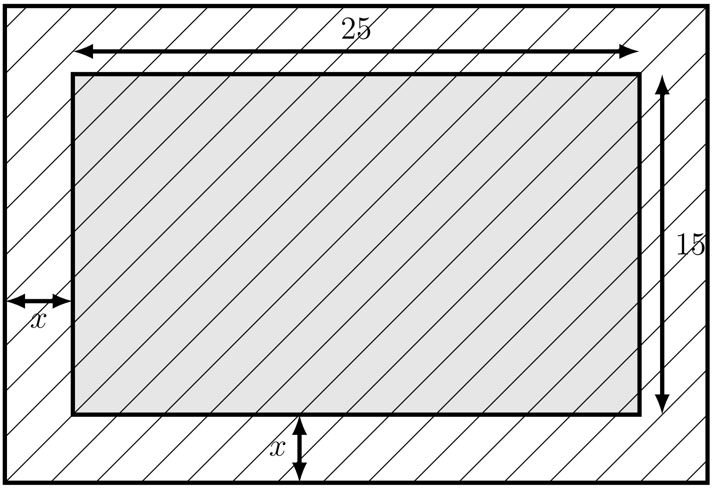
Exercice 2 (4 points)**.** *Les questions sont indépendantes.*

1. Convertir en degrés la mesure d'angle $\frac{5\pi}{18}$.
2. Convertir en radians la mesure d'angle 160°.
3. Donner un nombre x tel que $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ et $\cos x \leqslant 0$.

Exercice 3 (4 points)**.** On cherche à trouver deux nombres entiers consécutifs dont la somme des carrés est égale à 3 613.
On appelle n et $n+1$ ces deux nombres.

1. Montrer que $2n^2 + 2n - 3612 = 0$.
2. Résoudre cette équation, et en déduire les solutions au problème posé.

Exercice 4 (6 points)**.** Les gestionnaires d'une piscine municipale souhaitent renouveler la bâche du bassin principal, qui est un rectangle de dimensions 15 m par 25 m. La bâche aura la même forme, mais dépassera de chacun des quatre bords de la piscine d'une certaine largeur x (en mètres) à déterminer.
La situation est décrite par le schéma suivant (qui n'est pas à l'échelle), où le bassin est représenté en gris, et la bâche est hachurée.



1. Montrer que l'aire de la bâche, en mètres carrés, est donnée par la fonction : $f(x) = 4x^2 + 80x + 375$.
2. Montrer que $f(x) = 650$ est équivalent à $4x^2 + 80x - 275 = 0$, puis résoudre cette dernière équation. On donnera les solutions sous forme exacte, et sous forme arrondie au centième.
3. En prenant en compte le prix au mètre de la bâche, les gestionnaires décident d'acheter 650 m^2 de bâche. De quelle longueur x dépassera la bâche (arrondir la réponse au centimètre) ?