

- *Ce sujet est trop long pour être fait en une heure.*
- *L'exercice 4 est malheureusement \ominus trop compliqué pour un devoir : la principale chose à savoir faire (dans cet exercice) est la trigonométrie de collègue (dans un triangle rectangle).*
- *Le reste des exercices est du même genre que ceux que vous aurez en devoir (en particulier, il est très probable que vous ayez des exercices très similaires aux exercices 1 et 2).*

Exercice 1. *Les questions sont indépendantes.*

1. Convertir en degrés la mesure d'angle $\frac{7\pi}{36}$.
2. Convertir en radians la mesure d'angle 270° .
3. Donner un nombre x tel que $\sin x = -\frac{1}{2}$ et $\cos x \geq 0$.

Exercice 2. On admet que $\cos \frac{\pi}{12} = \frac{\sqrt{2}+\sqrt{6}}{4}$, et on souhaite calculer la valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{12}$.

1. Montrer que $\sin^2 \left(\frac{\pi}{12} \right) = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$ (on notera que $\sqrt{12} = 2\sqrt{3}$).
2. En utilisant le cercle trigonométrique, justifier que $\sin \frac{\pi}{12} \geq 0$.
3. En déduire la valeur exacte de $\sin \frac{\pi}{12}$ (ne pas simplifier l'expression obtenue).

Exercice 3. On considère les fonctions définies sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f : x \mapsto 2x^2 - 2x + 1 \\ g : x \mapsto x^2 + 4x - 1 \end{cases}$$

On cherche à déterminer les coordonnées des (éventuels) points d'intersection des courbes des deux fonctions.

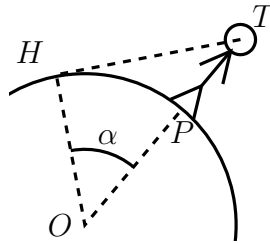
Soit $M(x; y)$ un point d'intersection des deux courbes.

1. Justifier que $f(x) = g(x)$.
2. En déduire que $x^2 - 6x + 2 = 0$.
3. Résoudre l'équation précédente.
4. Quelles sont les coordonnées des points d'intersection des deux courbes ?

Exercice 4. Une personne se tient au bord de la mer (à une altitude de 0 m), et regarde l'horizon. Le but de l'exercice est de déterminer à quelle distance se situe l'horizon.

La situation est modélisée par la figure ci-dessous (qui n'est évidemment pas à l'échelle), où : O est le centre de la Terre (considérée ici comme une sphère de rayon 6 371 km) ; \mathcal{C} est le cercle représentant la Terre ; H est l'horizon, vu par la personne ; Y est les yeux de la personne (situés à deux mètres du sol) ; P est ses pieds (au niveau du sol) ; α la mesure de l'angle formé entre la personne et l'horizon.

La distance de l'horizon est donc la longueur de l'arc \widehat{HP} .



Dans cet exercice, toutes les longueurs considérées sont en kilomètres, et seront arrondies à l'unité.

1. Calculer le périmètre de la Terre (c'est-à-dire le périmètre du cercle \mathcal{C}).
2. On admet que la droite (TH) est tangente au cercle. Justifier alors que l'angle \widehat{OHT} est droit.

Le triangle OHT est donc un triangle rectangle, de côtés $OH = 6371$ et $OT = 6371,002$.

3. Montrer que, arrondi au millionnième de radians, l'angle α mesure 0,000792.
4. On admet que la longueur de l'arc d'un cercle est proportionnelle à l'angle intercepté par cet arc. Compléter le tableau de proportionnalité suivant pour calculer la longueur de l'arc \widehat{HP} , et en déduire la distance de l'horizon.

Angle	2π	0,000792
Longueur de l'arc