

Exercice 1 (7 points). On s'intéresse au contrôle technique des véhicules de marques A et B. Pour ces véhicules, soit le contrôle technique est conforme soit il est non conforme.

- Parmi les véhicules contrôlés, 47 % sont de la marque A.
- Pour 8 % des véhicules de marque A, le contrôle technique est non conforme.
- Pour 6 % des véhicules de marque B, le contrôle technique est non conforme.

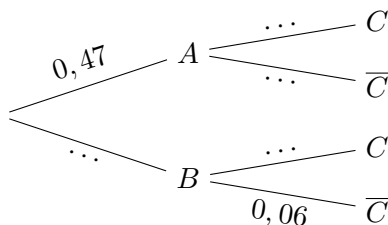
Pour chacun des véhicules contrôlés, une fiche a été établie.

On choisit une de ces fiches au hasard et on note :

- A l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque A »,
- B l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque B »,
- C l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme »,
- \bar{C} l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique non conforme ».

Dans cet exercice, on arrondira tous les résultats à 10^{-2} près.

1. Décrire par une phrase la probabilité $p_A(\bar{C})$, puis donner sa valeur.
2. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.
3. Calculer la probabilité $p(C \cap A)$.



4. Justifier que la probabilité de l'évènement C , arrondie à 10^{-2} près, est égale à 0,93.
5. La fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme, quelle est la probabilité que ce véhicule soit de la marque A ?

Exercice 2 (2 points).

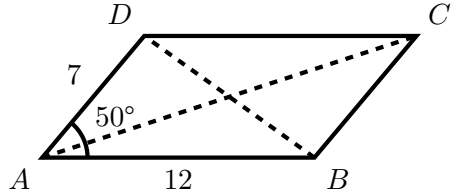
On considère deux évènements A et B , tels que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,2$, et $P(A \cup B) = 0,45$.

Calculer $P(A \cap B)$, et en déduire si les évènements A et B sont indépendants.

Exercice 3 (5 points).

On considère un parallélogramme $ABCD$, tel que $AB = 12$, $AD = 7$, et $\widehat{BAD} = 50^\circ$ (la figure de droite n'est pas à l'échelle).

Le but de l'exercice est de déterminer la longueur AC .



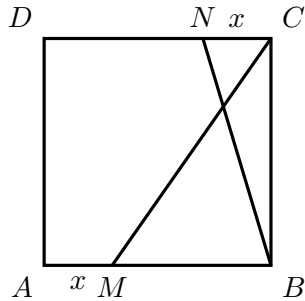
On admet la propriété suivante : Pour tous vecteurs \vec{u} et \vec{v} , on a :

$$\vec{u} \cdot \vec{v} = \frac{1}{2} \left(\|\vec{u} + \vec{v}\|^2 - \|\vec{u}\|^2 - \|\vec{v}\|^2 \right)$$

1. Montrer que $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = 84 \cos 50$.
2. En utilisant l'expression du produit scalaire introduite dans cet exercice, montrer que $\vec{AB} \cdot \vec{AD} = \frac{AC^2}{2} - 96,5$.
3. En déduire la longueur AC , arrondie au dixième.

Exercice 4 (6 points).

On considère le carré $ABCD$ de côté 1, et x un nombre compris entre 0 et 1. On place le point M sur le segment $[AB]$, tel que $AM = x$, et N sur le segment $[CD]$, tel que $CN = x$. La situation est illustrée sur la figure suivante. On se pose la question : Pour quelles valeurs de x les droites (BN) et (CM) sont-elles perpendiculaires ?



On se place dans le repère $(A; B; D)$.

1. Sans justifier, donner les coordonnées de B , C , N , M .
2. En déduire que $\vec{BN} \begin{pmatrix} -x \\ 1 \end{pmatrix}$ et $\vec{CM} \begin{pmatrix} x-1 \\ -1 \end{pmatrix}$.
3. Montrer que les droites (BN) et (CM) sont perpendiculaires si et seulement si $-x^2 + x - 1 = 0$.
4. En déduire les solutions au problème posé.