20/02/2020
DS n^o 5

PROBABILITÉS
PRODUIT SCALAIRE

1^e

Exercice 1 (7 points)**.** On s'intéresse au contrôle technique des véhicules de marques A et B. Pour ces véhicules, soit le contrôle technique est conforme soit il est non conforme.

— Parmi les véhicules contrôlés, 47 % sontde la marque A.

— Pour 8 % des véhicules de marque A, le contrôle technique est non conforme.

— Pour 6 % des véhicules de marque B, le contrôle technique est non conforme.

Pour chacun des véhicules contrôlés, une fiche a été établie.
On choisit une de ces fiches au hasard et on note :

— A l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque A »,

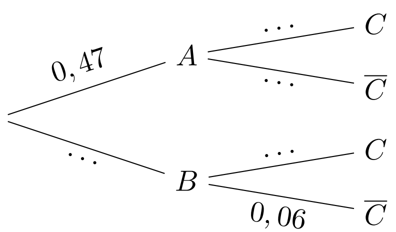
— B l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule de la marque B »,

— C l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme »,

— $\overline{C}$ l'évènement : « la fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique non conforme ».

Dans cet exercice, on arrondira tous les résultats à 10^{-2}près.

1. Décrire par une phrase la probabilité $p_A\left(\overline{C}\right)$, puis donner sa valeur.
2. Recopier et compléter l'arbre de probabilité ci-contre.
3. Calculer la probabilité $p(C \cap A)$.

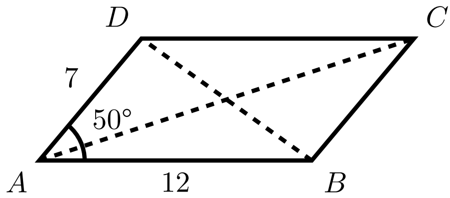


4. Justifier que la probabilité de l'évènement C, arrondie à 10^{-2} près, est égale à $0,93$.
5. La fiche choisie est celle d'un véhicule ayant un contrôle technique conforme, quelle est la probabilité que ce véhicule soit de la marque A ?

Exercice 2 (2 points)**.**
On considère deux évènements A et B, tels que $P(A) = 0,3$, $P(B) = 0,2$, et $P(A \cup B) = 0,45$.
Calculer $P(A \cap B)$, et en déduire si les évènements A et B sont indépendants.

Exercice 3 (5 points)**.**

On considère un parallélogramme $ABCD$, tel que $AB = 12$, $AD = 7$, et $\widehat{BAD} = 50°$ (la figure de droite n'est pas à l'échelle).
Le but de l'exercice est de déterminer la longueur AC.



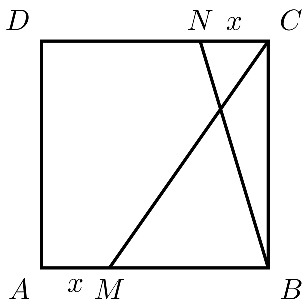
On admet la propriété suivante : Pour tous vecteurs $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$, on a :

$$\overrightarrow{u}.\overrightarrow{v} = \frac{1}{2}\left(||\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}||^2 - ||\overrightarrow{u}||^2 - ||\overrightarrow{v}||^2\right)$$

1. Montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = 84\cos 50$.
2. En utilisant l'expression du produit scalaire introduite dans cet exercice, montrer que $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AD} = \frac{AC^2}{2} - 96,5$.
3. En déduire la longueur AC, arrondie au dixième.

Exercice 4 (6 points)**.**

On considère le carré $ABCD$ de côté 1, et x un nombre compris entre 0 et 1. On place le point M sur le segment $[AB]$,tel que $AM = x$, et N sur le segment $[CD]$, tel que $CN = x$. La situation est illustrée sur la figure suivante.
On se pose la question : Pour quelles valeurs de x les droites (BN) et (CM) sont-elles perpendiculaires ?



On se place dans le repère $(A; B; D)$.

1. Sans justifier, donner les coordonnées de B, C, N, M.
2. En déduire que $\overrightarrow{BN}\binom{-x}{1}$ et $\overrightarrow{CM}\binom{x-1}{-1}$.
3. Montrer que les droites (BN) et (CM) sont perpendiculaires si et seulement si $-x^2 + x - 1 = 0$.
4. En déduire les solutions au problème posé.