

Exercice 1 (4 points). La légende veut que pour récompenser Sissa, l'inventeur du jeu d'échecs, son roi lui demanda ce qu'il souhaitait. Sissa demanda du riz : un grain sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, huit sur la quatrième, et ainsi de suite jusqu'à la soixante-quatrième case de l'échiquier.

Pour tout entier $n \in [1; 64]$, on note g_n le nombre de grains de riz posés sur la n -ième case.

On admet que g est une suite géométrique, de premier terme $g_1 = 1$ et de raison 2.

1. Calculer la somme des termes de la suite $g_1 + g_2 + \dots + g_{64}$ (arrondir à votre convenance).
2. En 2014, la production mondiale de riz était d'environ 740 millions de tonnes. En supposant la masse d'un grain de riz à 0,02 g, que pensez-vous de la demande de Sissa ?

Exercice 2 (6 points). On considère la suite définie sur \mathbb{N} par $u_n = 3n + 5$.

1. Prouver que la suite est arithmétique, de premier terme 5 et de raison 3.
2. Donner le terme général de u .
3. Calculer u_{50} .
4. Calculer la somme $u_0 + u_1 + \dots + u_{50}$.

Exercice 3 (4 points). On considère le programme suivant, écrit en Python.

```
liste = [0, 0, 1, 2, 3, 0]
liste[1] = 1
liste[5] = liste[3] + liste[4]
print(liste)
```

1. Qu'affiche le programme ?
2. Que se passe-t-il si l'on ajoute l'instruction `liste[6] = 8` juste avant la ligne `print(liste)` ?

Exercice 4 (8 points). En traversant une plaque de verre teintée, un rayon lumineux perd 20 % de son intensité lumineuse. L'intensité lumineuse est exprimée en candela (cd).

On utilise une lampe torche qui émet un rayon d'intensité lumineuse réglée à 400 cd.

On superpose n plaques de verres identiques (n étant un entier naturel) et on désire mesurer l'intensité lumineuse I_n du rayon à la sortie de la n -ième plaque.

On note $I_0 = 400$ l'intensité lumineuse du rayon émis par la lampe torche avant de traverser les plaques (intensité lumineuse initiale). Ainsi, cette situation est modélisée par la suite (I_n) .

1. Montrer par un calcul que $I_1 = 320$.
2. (a) Pour tout entier naturel n , exprimer I_{n+1} en fonction de I_n .
(b) En déduire la nature de la suite (I_n) . Préciser sa raison et son premier terme.
(c) Pour tout entier naturel n , exprimer I_n en fonction de n .
3. On souhaite déterminer le nombre minimal n de plaques à superposer afin que le rayon initial ait perdu au moins 70 % de son intensité lumineuse initiale après sa traversée des plaques.
 - (a) Afin de déterminer le nombre de plaques à superposer, on considère le programme Python suivante.

```
I = 400
n = 0
while I > J:
    I = 0.8 * I
    n = n + 1
print(n)
```

Préciser, en justifiant, le nombre J de sorte que l'exécution de ce programme affiche le nombre de plaques à superposer.

- (b) Le tableau suivant donne des valeurs de I_n . Combien de plaques doit-on superposer ?

n	0	1	2	3	4	5	6	7
I_n	400	320	256	204,8	163,84	131,07	104,85	83,886