# Suites



**Exercice 1** (4 points)**.** La légende veut que pour récompenser Sissa, l'inveteur du jeu d'échecs, son roi lui demanda ce qu'il souhaitait. Sissa demanda du riz : un grain sur la première case, deux sur la deuxième, quatre sur la troisième, huit sur la quatrième, et ainsi de suite jusqu'à la soixante-quatrième case de l'échiquier.
Pour tout entien $n \in [1; 64]$, on note $g_n$ le nombre de grains de riz posés sur la $n$-ième case.
On admet que $g$ est une suite géométrique, de premier terme $g_1 = 1$ et de raison 2.

1. Calculer la somme des termes de la suite $g_1 + g_2 + \cdots + g_{64}$ (arrondir à votre convenance).
2. En 2014, la production mondiale de riz était d'environ 740 millions de tonnes. En supposant la masse d'un grain de riz à 0,02 g, que pensez-vous de la demande de Sissa ?

**Exercice 2** (6 points)**.** On considère la suite définie sur $\mathbb{N}$ par $u_n = 3n+5$.

1. Prouver que la suite est arithmétique, de premier terme 5 et de raison 3.
2. Donner le terme général de $u$.
3. Calculer $u_{50}$.
4. Calculer la somme $u_0 + u_1 + \cdots + u_{50}$.

**Exercice 3** (4 points)**.** On considère le programme suivant, écrit en Python.

```python
liste = [0, 0, 1, 2, 3, 0]
liste[1] = 1
liste[5] = liste[3] + liste[4]
print(liste)
```

1. Qu'affiche le programme ?
2. Que se passe-t-il si l'on ajoute l'instruction `liste[6] = 8` juste avant la ligne `print(liste)` ?

**Exercice 4** (8 points)**.** En traversant une plaque de verre teintée, un rayon lumineux perd 20 % de son intensité lumineuse. L'intensité lumineuse est exprimée en candela (cd).
On utilise une lampe torche qui émet un rayon d'intensité lumineuse réglée à 400 cd.
On superpose $n$ plaques de verres identiques ($n$ étant un entier naturel) et on désire mesurer l'intensité lumineuse $I_n$ du rayon à la sortie de la $n$-ième plaque.
On note $I_0 = 400$ l'intensité lumineuse du rayon émis par la lampe torche avant de traverser les plaques (intensité lumineuse initiale). Ainsi, cette situation est modélisée par la suite $(I_n)$.

1. Montrer par un calcul que $I_1 = 320$.
2. (a) Pour tout entier naturel $n$, exprimer $I_{n+1}$ en fonction de $I_n$.
   (b) En déduire la nature de la suite $(I_n)$. Préciser sa raison et son premier terme.
   (c) Pour tout entier naturel $n$, exprimer $I_n$ en fonction de $n$.
3. On souhaite déterminer le nombre minimal $n$ de plaques à superposer afin que le rayon initial ait perdu au moins 70 % de son intensité lumineuse initiale après sa traversée des plaques.
   (a) Afin de déterminer le nombre de plaques à superposer, on considère le programme Python suivante.

```
I = 400
n = 0
while I > J:
    I = 0.8*I
    n = n+1
print(n)
```

   Préciser, en justifiant, le nombre J de sorte que l'exécution de ce programme affiche le nombre de plaques à superposer.
   (b) Le tableau suivant donne des valeurs de $I_n$. Combien de plaques doit-on superposer ?

| $n$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $I_n$ | 400 | 320 | 256 | 204,8 | 163,84 | 131,07 | 104,85 | 83,886 |