14/11/19
DS nº 2

Trinômes du second degré — Suites

1^e

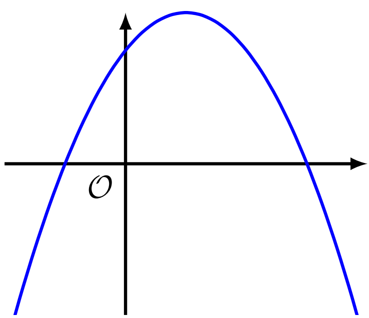
Exercice 1 (4 points)**.** Pour chacune des suites u suivantes : (i) calculer u_3 ; (ii) calculer le troisième terme ; (iii) calculer le terme de rang 4. Arrondir les résultats au centième si nécessaire.

1. La suite u de premier terme $u_2 = 2$ et telle que, pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $u_{n+1} = u_n^2 - 1$.
2. La suite u définie pour $n \geqslant 1$ par $u_n = n + \frac{1}{n}$.

Exercice 2 (5 points)**.** *Les deux questions sont indépendantes.*

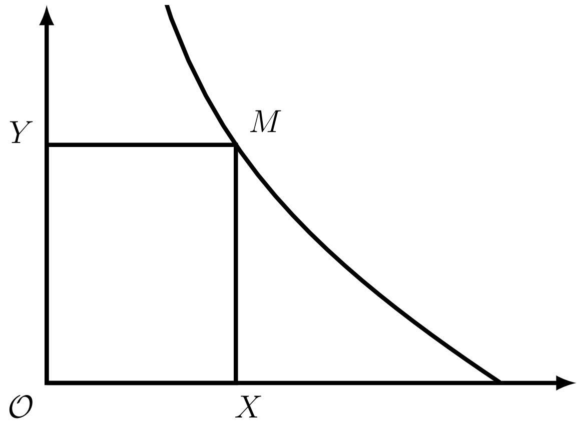
1. On considère le trinôme du second degré $f : x \mapsto 2x^2 - 4x + 1$.
   (a) Déterminer les (éventuelles) racines de f.
   (b) Factoriser f, si possible.
2. Dresser le tableau de signes de la fonction $g : x \mapsto 3\,(x+1)\,(x-4)$. *Indice : Aucun calcul n'est nécessaire pour répondre à cette question.*

Exercice 3 (2 points)**.** On considère un trinôme $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ (où a, b, c sont des nombres inconnus), représenté par la courbe suivante.
Répondre aux questions suivantes en justifiant par lecture graphique.



1. Quel est le signe du discriminant Δ ?
2. Le trinôme se factorise-t-il ?
3. Quel est le signe de a ?
4. Quel est le signe de c ?
5. *Bonus :* Quel est le signe de b ?

Exercice 4 (9 points)**.** On considère la courbe de la fonction f définie sur $]0;6]$ par $f : x \mapsto \frac{-x^2+4x+12}{2x}$. Le point M est un point de la courbe, et on construit le rectangle $OXMY$ de telle sorte que X et Y soient sur les axes des abscisses et des ordonnées, respectivement. La situation est illustrée sur la figure suivante.



Soit M un point de la courbe de f d'abscisse x (pour $x \in]0;6]$). On appelle $A(x)$ l'aire du rectangle $OXYM$ en fonction de x.

1. Préciser les coordonnées de M, puis en déduire que $A(x) = -\frac{x^2}{2} + 2x + 6$.
2. On cherche à connaître la position de M pour que le rectangle soit le plus grand possible.
   (a) Dresser le tableau de variations de A sur l'intervalle $]0;6]$.
   (b) En déduire les dimensions du rectangle pour qu'il ait la plus grande aire possible. Combien vaut alors cette aire ?
3. On cherche à connaître les positions de M donnant une aire supérieure à 3,5.
   (a) Montrer que l'inéquation $A(x) \geqslant 3,5$ est équivalente à $-x^2 + 4x + 5 \geqslant 0$.
   (b) Dresser le tableau de signes du trinôme $-x^2 + 4x + 5$ sur $\mathbb{R}$.
   (c) En déduire les abscisses possibles de M pour l'aire du rectangle soit supérieure à $3,5$. *Attention : On rappelle que l'abscisse de M est comprise dans l'intervalle* $]0;6]$.